УДК 519.6

Л.В. ЛУЦ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *lv1@ukr.net, lili72luts@gmail.com*.

ОПТИМАЛЬНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ДЕЯКИХ КЛАСІВ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

Анотація. Розглянуто задачу обчислення інтегралів від швидкоосцилювальних функцій з деяких класів диференційовних функцій, зокрема, у випадку інтерполяційного класу функцій, коли інформаційний оператор заданий фіксованою таблицею своїх значень. Побудовано оптимальну за точністю та оптимальну за порядком точності квадратурні формули обчислення інтегралів від швидкоосцилювальних функцій. Отримано оптимальні оцінки похибки методу.

Ключові слова: інтеграли від швидкоосцилювальних функцій, інтерполяційні класи функцій, оптимальні за точністю квадратурні формули, метод граничних функцій, оцінка знизу похибки чисельного інтегрування.

У багатьох напрямах прикладної та обчислювальної математики, зокрема, під час моделювання автоматизованих систем керування, оброблення сигналів та розпізнавання зображень, а також статистичного оброблення експериментальних даних [1–3] часто доводиться розв'язувати задачу обчислення інтегралів типу

$$I_1(\omega) = \int_a^b f(x) e^{-i\omega x} dx,$$

$$I_2(\omega) = \int_a^b f(x) \sin \omega x \, dx,$$

$$I_3(\omega) = \int_a^b f(x) \cos \omega x \, dx, \tag{1}$$

де a і b — скінченні дійсні числа; ω — довільне дійсне число, $|\omega| \geq 2\pi(b-a)$; інформація про значення $f(x)$ задається не більше ніж у N вузлових точках $\{x_i\}_0^{N-1}$ з $[a, b]$.

У більшості випадків такі перетворення не можна обчислити аналітично і потрібно вдаватися до чисельних методів, які базуються на заміні підінтегральної функції на всьому відрізку $[a, b]$ або його частинах алгебраїчним многочленом невисокого степеня. За великих значень $|\omega|$ недоцільно наближати многочленом всю підінтегральну функцію, оскільки це потребує великої кількості вузлів і ускладнює отримання чисельної стійкості розрахунку [4]. У цьому випадку доцільно застосовувати методи типу Файлона [5–7], коли функції $e^{-i\omega x}$, $\sin \omega x$, $\cos \omega x$ розглядаються як вагові, а наближається лише функція $f(x)$. При цьому використовується деяка якісна і кількісна апріорна інформація про функцію $f(x)$, яка дає змогу виокремити достатньо вузький клас функцій F, якому вона належить. Наприклад, можна передбачити, що вона має похідні до певного порядку, які задовольняють деякі умови. Крім того, коли розв'язується конкретна задача, значення функції у вузлах фіксованої сітки $\{x_i\}_0^{N-1}$ є фіксованими і використання цих даних у кожному конкретному випадку дає змогу зву-