

В.В. СЕМЕНОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: semenov.volodya@gmail.com.

О.С. ХАРЬКОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: olehharek@gmail.com.

СИЛЬНА ЗБІЖНІСТЬ РЕГУЛЯРИЗОВАНОГО АЛГОРИТМУ ОПЕРАТОРНОЇ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ¹

Анотація. Запропоновано та досліджено новий алгоритм для розв'язання варіаційних нерівностей в гільбертових просторах. Запропонований ітераційний алгоритм є регуляризованим за допомогою схеми Гальперна методом операторної екстраполяції. За обсягом необхідних для здійснення ітераційного кроку обчислень алгоритм має перевагу над екстраградієнтним методом Корпелевич та методом екстраполяції з минулого. Для варіаційних нерівностей з монотонними, ліпшицевими операторами, що діють в гільбертовому просторі, доведено теорему про сильну збіжність методу.

Ключові слова: варіаційна нерівність, сідлова задача, монотонний оператор, метод операторної екстраполяції, метод Гальперна, регуляризація, сильна збіжність.

ВСТУП

Ця робота є продовженням циклу статей [1–4] з розроблення обчислювально ефективних та адаптивних алгоритмів для варіаційних нерівностей та задач про рівновагу.

Варіаційні нерівності визначають універсальний засіб формулювання багатьох актуальних задач математичної фізики, оптимального керування та дослідження операцій [5–8]. Побудова алгоритмів розв'язання варіаційних нерівностей та наближених до них задач (задачі про рівновагу, ігрові задачі) є надзвичайно популярним напрямом обчислювальної математики [9–40]. Окремі задачі негладкої оптимізації можна ефективно розв'язувати, якщо їх формулювати у вигляді сідлових задач і застосовувати алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [15]. Нещодавно розвинуто такий варіант побудови швидких алгоритмів для задач опуклого програмування: за допомогою теорії двоїстості переходимо до деякої опукло-угнутої сідлової задачі (гра Фенхеля) та застосовуємо екстраградієнтні алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [16]. Зауважимо, що з початком широкого використання генерувальних змагальних нейронних мереж та інших моделей змагального або робастного навчання інтерес до алгоритмів розв'язання сідлових задач та варіаційних нерівностей постав серед спеціалістів з машинного навчання [17].

Найпростішим методом розв'язання варіаційних нерівностей є аналог методу градієнтного спуску, що у випадку сідлової задачі відомий як метод градієнтного спуску–підйому [9, 10]. Але цей метод може не збігатися для нерівностей з монотонним оператором. Відомою модифікацією методу градієнтного спуску з проектуванням для варіаційних нерівностей є екстраградієнтний метод Корпелевич [18–22], ітерація якого потребує двох обчислень значення оператора задачі та двох метричних проектувань на допустиму множину. «Обчислювально дешеві» варіанти екстраградієнтного алгоритму з одним

¹Робота виконана за фінансової підтримки МОН України (проект «Обчислювальні алгоритми і оптимізація для штучного інтелекту, медицини та оборони», 0122U002026) та НАН України (проект «Нові субградієнтні та екстраградієнтні методи для негладких задач регресії», 0124U002162).