

В.М. БУЛАВАЦЬКИЙ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: v_bulav@ukr.net.

ДЕЯКІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ, ВІДПОВІДНІ МОДЕЛІ ДРОБОВО-ДИФЕРЕНЦІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ В ТРІЩИНУВАТО-ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ЗА УМОВ ЧАСОВОЇ НЕЛОКАЛЬНОСТІ

Анотація. Одержано замкнені розв'язки деяких крайових задач дробово-диференційної геофільтраційної динаміки в тріщинувато-пористому середовищі для моделі зі слабопроникними пористими блоками. Зокрема, розв'язано пряму і обернену крайові задачі фільтрації для шару скінченної потужності, наведено умови існування їхніх регулярних розв'язків, знайдено розв'язок задачі фільтраційної динаміки з нелокальними граничними умовами. Для окремого випадку фільтраційної моделі розглянуто задачу моделювання аномальної динаміки фільтраційних полів тисків на зіркоподібному графі.

Ключові слова: математичне моделювання, дробово-диференційна динаміка фільтраційних процесів, тріщинувато-пористі середовища, неklasичні моделі, крайові задачі, обернені задачі, задачі з нелокальними умовами, замкнені розв'язки.

ВСТУП

Актуальність розвитку методів математичного і комп'ютерного моделювання особливостей динаміки геоміграційних процесів за складних гідрогеологічних умов перебігу зумовлена, зокрема, пошуками розв'язування задач ефективного керування різноманітними системами меліорації, водними ресурсами та їхнім впливом на екологічний стан навколишнього природного середовища [1–4]. Значимо, що ефективний підхід до математичного моделювання динаміки процесів переносу за суттєвого впливу нелокальних умов перебігу щодо часу (ефекти пам'яті) чи простору базується на використанні апарату інтегро-диференціювання дробового порядку і інтенсивно розвивається впродовж кількох останніх десятиліть [5–13]. Серед опублікованих результатів з цього напрямку виокремимо побудову деяких спеціальних дробово-диференційних математичних моделей фільтраційних процесів у геопористих середовищах та постановку і розв'язання низки прямих і обернених крайових задач, що описують аномальну динаміку нелокальних у часі фільтраційних процесів у вказаних середовищах [14–16]. Також для дробово-диференційних математичних моделей одержано замкнені розв'язки деяких нестационарних крайових задач фільтраційної динаміки в тріщинувато-пористих пластах з урахуванням просторово-часової нелокальності процесів переносу. Вказані математичні моделі сформульовано з застосуванням дробових похідних Хільфера або Капуто–Герасимова за часовою змінною та похідної Рімана–Ліувілля за геометричною змінною [17].

У запропонованій роботі, на відміну від [17], описано дробово-диференційний аналог математичної моделі фільтрації в тріщинувато-пористому середовищі (за умов часової нелокальності процесу) у разі наявності слабопроникних пористих блоків та поставлено і розв'язано у замкненому вигляді пряму і обернену крайові задачі дробово-диференційної фільтраційної динаміки. Визначено умови існування регулярних розв'язків розглянутих задач. До того ж, наведено розв'язки задачі дробово-диференційної фільтраційної динаміки з нелокальними граничними умовами Самарського–Іонкіна та задачі моделювання фільтраційної динаміки на зіркоподібному графі (для окремого випадку фільтраційної моделі).