

В.М. АБДУЛЛАЄВ

Азербайджанський державний університет нафти та промисловості; Інститут систем керування Міністерства науки та освіти Азербайджанської Республіки; Західно-Каспійський університет, Баку, Азербайджан, e-mail: vagif_ab@yahoo.com.

В.А. ХАШИМОВ

Інститут систем керування Міністерства науки та освіти Азербайджанської Республіки, Баку, Азербайджан, e-mail: vugarhashimov@gmail.com.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ТОЧКАМИ НАВАНТАЖУВАННЯ ТА ЇХНІМИ ФУНКЦІЯМИ РЕАКЦІЇ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ

Анотація. Розглянуто задачу оптимального керування точками навантажування та відповідними функціями реакції, яку описують навантаженим параболічним рівнянням. Отримано оптимальні умови для керувальних впливів. Формули градієнта цільового функціонала, що містяться в цих умовах, використано в алгоритмі числового розв'язання задачі керування рухом точок навантажування та відповідних функцій реакції на основі методів оптимізації першого порядку. Наведено результати числових експериментів.

Ключові слова: система з розподіленими параметрами, навантажене диференціальне рівняння, необхідна умова оптимальності, градієнт функціонала.

ВСТУП

Відомо, що стани багатьох об'єктів та процесів описуються навантаженими диференціальними рівняннями зі звичайними або частинними похідними [1–6]. Стан такого об'єкта в точках навантажування впливає на стан об'єкта в цілому, тому вибір оптимальних місць для точок навантажування та відповідних функцій реакції є важливим для функціонування об'єкта.

Аналогічні задачі оптимізації та оптимального керування постають під час проектування розміщення свердловин у водних, нафтових та газових родовищах, підприємств з урахуванням екології регіону та інших факторів. Ці математичні постановки виникають і на етапі експлуатації зазначених об'єктів для параметричної ідентифікації відповідних математичних моделей, призначених для керування цими об'єктами [7–13]. Навантажені початково-крайові задачі виникають і під час керування зі зворотним зв'язком об'єктами з розподіленими параметрами, в яких точками навантажування є місця, де встановлені точки вимірювання поточного стану об'єкта [14–20].

У зв'язку з цим останніми роками посилюється інтерес до задач оптимального керування об'єктами з розподіленими параметрами, що описуються різними типами навантажених диференціальних рівнянь з частинними похідними та початково-крайових умов [1, 3]. Проведено численні дослідження навантажених диференціальних рівнянь різних типів як з погляду існування та єдиності їхніх розв'язків [1, 21, 22], розроблення числових методів їхнього розв'язання [23–25], так і з погляду оптимального керування процесами, що описуються відповідними початково-крайовими задачами [2, 5, 16–20]. У всіх зазначених дослідженнях було задано [1–3, 5, 16–26] або оптимізовано [6] розташування точок навантажування, але випадок зміни їхнього місцезнаходження в часі, і ба більше, керування цією зміною, ніхто не розглядав. У цій роботі розглянуто випадок навантаженої початково-крайової задачі параболічного типу, коли координати точок навантажування змінюються в часі під дією керувальних впливів та описуються системами звичайних диференціальних рівнянь.