УДК 519.8

А.М. ШУТОВСЬКИЙ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *sh93ar@gmail.com.*

ДЕЯКІ АСИМПТОТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ ТРИГАРМОНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Анотація. Розглянуто оптимізаційну задачу для тригармонійного рівняння за наявності певних граничних умов. Внаслідок цього було побудовано тригармонійний інтеграл Пуассона у декартових координатах для верхньої півплощини. Досліджено асимптотичні властивості цього оператора на класах Ліпшиця в рівномірній метриці. Знайдено точну рівність для верхньої межі відхилення функцій класу Ліпшиця від тригармонійного інтеграла Пуассона, визначеного в декартових координатах для верхньої півплощини в метриці простору C. Засвідчено наявність зв'язку між методами теорії наближень і принципами теорії оптимальних рішень.

Ключові слова: оптимізаційна задача, клас функцій Ліпшиця, рівномірна метрика, тригармонійний інтеграл Пуассона.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Для ефективного розв'язання задач теорії оптимальних рішень виникає потреба в розширенні класів функцій. Так, для пошуку глобального мінімуму довільної кривої методом побудови оптимального покриття вихідного інтервалу невизначеності [1] застосовують умову

$$|Q(x_1)-Q(x_2)|\le|x_1-x_2|, \tag{1}$$

де $Q(x)$ — функція, яка мінімізується. Множину таких функцій $Q(x)$, що задовольняє умова (1), називають класом функцій Ліпшиця, який у цій роботі позначатимемо $Lip1$.

Так, водночас тільки класів неперервних функцій не вистачає як для розв'язання багатовимірних варіаційних задач, так і для вивчення властивостей хвильових рівнянь і рівнянь гідродинаміки. Внаслідок цього почали розглядати деякі типи лінійних рівнянь у частинних похідних n-го порядку з інших класів функцій (див. [2–6]).

У своїй основоположній роботі [7] Соболєв С.Л. запровадив узагальнені розв'язки основних типів лінійних рівнянь у частинних похідних n-го порядку (хвильове рівняння, рівняння Лапласа, рівняння теплопровідності тощо). У цій роботі узагальнені розв'язки розглядаються як ліміти класичних рівнянь, до того ж ліміти запропоновано в класах інтегровних функцій [8]. Таке розширення понять дає змогу розв'язувати задачі з досить загальними правими частинами і коефіцієнтами рівнянь.

Поміж багатьох рівнянь такого типу особлива увага під час розв'язання задач оптимізації приділяється диференціальному рівнянню шостого порядку

$$(\nabla^2)^3 U = 0 \tag{2}$$

у частинних похідних, яке називатимемо тригармонійним рівнянням.

Ця стаття присвячена дослідженню апроксимативних властивостей розв'язків тригармонійних рівнянь (2) (за наявності певних граничних умов) на класах функцій Ліпшиця.