УДК 519. 21

П.С. КНОПОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *knopov1@yahoo.com.*

Т.В. ПЕПЕЛЯЄВА
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *pepelaev@yahoo.com.*

КЕРОВАНІ СТОХАСТИЧНІ СИСТЕМИ

Анотація. Розглянуто керовані марковські та напівмарковські процеси і системи. Наведено огляд прикладних задач керування запасами. Розглянуто одно- та багатономенклатурні моделі з різними типами функції витрат та критеріями оптимальності. Досліджено умови оптимальності та вигляд оптимальних стратегій у цих задачах.

Ключові слова: марковські процеси, напівмарковські процеси, керування запасами, (s, S)-стратегія, критерій оптимальності, оптимальна стратегія.

Керовані марковські та напівмарковські процеси і системи широко використовуються під час розв'язання багатьох задач оптимального керування в різних галузях техніки й економіки. У статті розглянуто методи й алгоритми, які істотно використовують результати, що стосуються існування оптимальних розв'язків для керованих випадкових процесів і полів. Досліджено методи й алгоритми знаходження отимальних стратегій для низки задач теорії запасів.

1. КЕРОВАНІ ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ

Наведемо деякі відомості з теорії керування випадковими процесами, які знадобляться надалі. Розглянемо керовану стохастичну систему з дискретним часом (система з випадковими впливами у випадкові моменти часу), що керується у деякий спосіб задля мінімізації витрат, пов'язаних із системою керування.

Нехай X і A — множини станів і керувань, X — фазовий простір (простір станів) стохастичного процесу $X = (X_n \colon n \in \mathrm{N})$, який описує розвиток системи в часі, A — простір прийняття рішень. Простори X і A є повними сепарабельними метричними просторами з борелівськими σ-алгебрами $\aleph$ і $\Im$ відповідно. Якщо в момент часу $n \in \mathrm{N}$ система перебуває у стані $x \in X$, то приймають рішення $D_n = a$, $a \in A_x \in \Im$, де A_x — набір допустимих дій у стані x. Позначимо $A \colon X \to \Im$, $x \to A_x$ відображення, що пов'язує набір допустимих дій із відповідним станом системи. Вважатимемо, що $\Delta = \{(x, a),\ x \in X,\ a \in A_x\} \in \in (\aleph \otimes \Im)$ — борелівські підмножини простору $X \times A$.

1.1. Керовані марковські процеси. Випадкова еволюція системи керується множиною перехідних імовірностей

$$P\{B | x_n, a_n\} = P\{X_{n+1} \in B | X_0 = x_0, D_0 = a_0, \ldots, X_n = x_n, D_n = a_n\},$$

де $B \in \aleph$, $(x_k, a_k) \in \Delta$ і x_k — стан системи в момент часу k, a_k — вибране керування в момент часу k, $k \le n$.

Позначимо $r(x, a)$ витрати за один період, якщо система перебуває у стані x на початку періоду і приймається рішення $a \in A_x$. Будемо вважати, що функція $r(x, a)$ — обмежена вимірна функція на Δ, $|r(x, a)| \le C < \infty$, $(x, a) \in \Delta$, для деякого $0 < C < \infty$.

Загальною допустимою стратегією керування системою є послідовність $\delta = \{\delta_0, \delta_1, \ldots, \delta_n, \ldots\}$ ймовірнісних розподілів така, що ймовірнісна міра $\delta_n(\cdot | x_0, a_0, \ldots, x_n)$ на $(A, \Im)$ зосереджена на A_{x_n}.