

В.М. БУЛАВАЦЬКИЙІнститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: v_bulav@ukr.net.

ПРО ДЕЯКІ УЗАГАЛЬНЕННЯ БІПОРЯДКОВОЇ ДРОБОВОЇ ПОХІДНОЇ ХІЛЬФЕРА

Анотація. Розглянуто узагальнення поняття біпорядкової дробової похідної Хільфера, раніше запровадженої в роботі автора. Зокрема, введено поняття біпорядкової дробової похідної Хільфера функції щодо іншої функції та пропорційної біпорядкової похідної Хільфера функції щодо іншої функції. Наведено основні композиційні властивості для операторів біпорядкових дробових похідних та інтегралів. Отримано формулу перетворення Лапласа пропорційної біпорядкової похідної Хільфера, побудовано замкнені розв'язки задач типу Коші для лінійних рівнянь із зазначеними узагальненими біпорядковими дробовими похідними Хільфера.

Ключові слова: дробова похідна Хільфера, біпорядкова дробова похідна Хільфера, біпорядкова дробова похідна Хільфера функції щодо іншої функції, пропорційна біпорядкова дробова похідна Хільфера, композиційні властивості, перетворення Лапласа, задачі типу Коші, замкнені розв'язки.

ВСТУП

Одним з ефективних методів математичного моделювання динаміки процесів переносу з урахуванням нелокальних просторово-часових властивостей є підхід, пов'язаний з використанням апарату інтегро-диференціювання дробового порядку [1–3]. Особливо ефективними методи дробово-диференційного аналізу виявились під час дослідження динаміки різноманітних процесів з урахуванням ефектів пам'яті у таких галузях, як фізика, механіка, геогідро-механіка та інших галузях природознавства [4–7]. Зокрема, в підземній гідродинаміці важливу роль відіграють аномальні геоміграційні процеси, адекватне дослідження яких можливе на підставі дробово-диференційного узагальнення основних законів переносу [8–12]. Причому значний обсяг сучасних досліджень виконано в межах моделей з використанням різноманітних узагальнень дробових похідних Капуто, Рімана–Ліувілля, Хільфера та ін. Так, в [13] запропоновано нові математичні моделі для опису дробово-диференційної динаміки деяких неізотермічних фільтраційно-консолідаційних процесів у насичених сольовими розчинами геопористих середовищах за умов часової нелокальності, а в роботі [14] побудовано дробово-диференційні математичні моделі стосовно динаміки геофільтраційних процесів за умов урахування явища релаксації тиску. Зазначені моделі базуються на поняттях узагальнених похідних типу Капуто функції щодо іншої функції [13, 15] та дробової похідної Хільфера функції щодо іншої функції [13, 16–18]. Це дає змогу розширити область моделювання нелокальних процесів геоміграції та визначити можливості контролю процесу моделювання.

Зазначимо, що визначена Хільфером [19] дробова похідна слугує сполучною ланкою поміж похідними в сенсі Капуто та похідними в сенсі Рімана–Ліувілля. Вона поєднує в єдиному дробовому операторі низку дробових похідних, чим пояснюється особлива увага до неї та поширення щодо застосувань в різноманітних галузях природознавства. Слід зазначити також, що фундаментальні властивості дробових інтегралів та похідних (зокрема, для випадку інтегралів від функції щодо іншої функції) докладно висвітлено у відомій монографії [2]. Низку ваго-