

А.Ю. МІЩУКВолинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: anton.mi.ju@gmail.com.**А.М. ШУТОВСЬКИЙ**Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: sh93ar@gmail.com.**ПРО ОПТИМІЗАЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ УЗАГАЛЬНЕНИХ
ІНТЕГРАЛІВ ЧЕБИШЕВА–ПУАССОНА**

Анотація. Застосовано многочлени Чебишева першого роду з метою побудови узагальненого інтеграла Чебишева–Пуассона. Розв'язано задачу оптимізації для узагальненого оператора Чебишева–Пуассона як функціонала функції, визначеної на відрізку, та проаналізовано його апроксимативні властивості на класах Гельдера H^1 . Отримано точну рівність для відхилення функцій класу Гельдера від узагальненого інтеграла Чебишева–Пуассона.

Ключові слова: многочлени Чебишева, узагальнений інтеграл Чебишева–Пуассона, клас функцій Гельдера, задача оптимізації.

ВСТУП

У будь-якій галузі науки та техніки використовують математичний апарат певного типу. Наприклад, класична механіка є теорією звичайних диференціальних рівнянь, квантова механіка — це теорія лінійних операторів. Що стосується теорії ігрових задач динаміки [1–3], то ця галузь науки вже являє теорію диференціальних рівнянь у частинних похідних. Диференціальне рівняння у частинних похідних, яке є математичною моделлю в теорії ігрових задач динаміки та теорії динамічних систем, для багатьох випадків має розв'язок у вигляді функціонала деякої функції $f(x)$ з певною областю визначення. Якщо функція $f(x)$ визначена на всій числовій осі $(-\infty < x < +\infty)$, то така ситуація є однією із найпоширеніших на практиці. До спектра відповідних диференціальних рівнянь у частинних похідних належать рівняння теплопровідності, полігармонійні рівняння [4–7] тощо. До того ж самі полігармонійні рівняння можуть бути визначені як у декартових (верхня півплощина), так і в полярних координатах [8–12] (одиничний круг).

Серед полігармонійних рівнянь особливе місце посідають гармонійне [13–16] та бігармонійне [17–20] рівняння. Оскільки розв'язки визначених вище двох рівнянь у частинних похідних є додатними операторами, то їх можна трактувати як найбільш оптимальні розв'язки рівнянь і, як наслідок, застосовувати в теорії оптимальних рішень.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Якщо задача теорії ігрових задач динаміки [21, 22] моделюється за допомогою диференціального рівняння у частинних похідних, яке визначене на відрізку, то і сама функція $f(x)$ буде визначена на відрізку. Якщо відрізок задається нерівністю $-1 \leq x \leq 1$, то функцію $f(x)$ можна представити у вигляді розкладу:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k \arccos x) \quad (1)$$

за многочленами Чебишева першого роду, де

© А.Ю. Міщук, А.М. Шутовський, 2024