

І. БОРАЧОК

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: ihor.borachok@lnu.edu.ua.

О. ПАЛЯНИЦЯ

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: oksana.palanytsia@lnu.edu.ua.

Р. ХАПКО

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: roman.chapko@lnu.edu.ua.

**МЕТОД РАДІАЛЬНИХ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ
ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО
РІВНЯННЯ ДИФУЗІЇ З НЕЛОКАЛЬНИМИ ЕФЕКТАМИ**

Анотація. Розглянуто метод радіальних функцій для наближеного розв'язання інтегро-диференціального рівняння з частинними похідними. Для апроксимації точного розв'язку використано лінійну комбінацію радіальних базисних функцій у певних центральних точках та лінійну комбінацію поліноміальних базисних функцій. Запропоновано розташування центральних точок як для дво-, так і для тривимірних областей. Колокація в центральних вузлах дає напівдискретну схему з інтегральними коефіцієнтами, для обчислення яких використано квадратурні формули Гаусса–Лежандра та трапецій. Для визначення параметра форми застосовано генетичний алгоритм. Наведено чисельні розрахунки для дво- та тривимірних областей, що підтверджують ефективність запропонованого алгоритму.

Ключові слова: еліптичне інтегро-диференціальне рівняння з частинними похідними, радіальні базисні функції, поліноміальний базис, генетичний алгоритм.

ВСТУП

Інтегро-диференціальні рівняння з частинними похідними (ІДРЧП) є потужним інструментом для моделювання широкого класу складних явищ у різних наукових та інженерних галузях. Їхня здатність урахувати складні взаємодії між диференціальною та інтегральною поведінкою робить їх особливо придатними для опису процесів, що включають ефекти пам'яті, дисперсію та нелокальні взаємодії. У цій статті застосовано метод радіальних базисних функцій (РБФ) у поєднанні з методом колокації та квадратурними формулами для чисельного розв'язування ІДРЧП.

Процеси дифузії дуже поширені у природі, оскільки вони пов'язані з розповсюдженням речовини, енергії та інформації в різноманітних системах. Традиційними математичними моделями дифузії є крайові задачі для диференціальних рівнянь з частинними похідними (ДРЧП). Цей підхід забезпечує ефективну основу для розуміння локальної взаємодії та переносу. Однак багато процесів у реальному світі відбуваються в матеріалах і системах, де частинки взаємодіють за межами їхньої безпосередньої близькості, що призводить до явищ нелокальної дифузії. Розширення математичних моделей з урахуванням ефектів нелокальної дифузії не можна адекватно описати класичними ДРЧП. У цих випадках включення інтегральних доданків в ІДРЧП дає змогу врахувати вплив віддалених частинок на рух окремих елементів у середовищі. Конкретними прикладами застосування нелокальної дифузії є транспорт у пористих середовищах (як модель, що враховує рух частинок через взаємопов'язані пори у взаємодії з віддаленими порами [1]), біологічні системи (як модель поширення молекул, іонів та інших речовин у біологічних тканинах, де взаємодія відбувається на більшій відстані [2]), фінансові ринки та ціноутворення [3, 4] тощо.

© І. Борачок, О. Паляниця, Р. Хапко, 2024