УДК 519.6

В.Л. МАКАРОВ
Інститут математики НАН України, Київ, Україна, e-mail: *makarovimath@gmail.com*.
Н.В. МАЙКО
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *mayko@knu.ua*.
В.Л. РЯБІЧЕВ
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *ryabichev@knu.ua*.

ВІДНОВЛЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ПОЛІНОМІАЛЬНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ЗА ІНФОРМАЦІЄЮ ПРО ЙОГО РОЗВ'ЯЗКИ[1]

Анотація. Розроблено та обґрунтовано алгоритм відшукання звичайного диференціального рівняння мінімального порядку з поліноміальними коефіцієнтами над полем раціональних чисел, розв'язками якого є задана система поліномів (зокрема, система модифікованих поліномів Лагерра–Келі).

Ключові слова: система поліномів Лагерра–Келі, функція Міттаг-Леффлера, звичайне диференціальне рівняння, поліноміальні коефіцієнти, раціональні числа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У математичному моделюванні явищ різноманітної природи часто потрібно побудувати диференціальне рівняння за відомою інформацією про його структуру та розв'язки. Цій проблемі останнім часом приділяють значну увагу (див. [1] і посилання на літературу).

Іншим джерелом схожої проблеми є дослідження властивостей нових спеціальних функцій, які виникають під час обґрунтування нових алгоритмів розв'язування початково-крайових задач як для звичайних диференціальних рівнянь, так і для рівнянь з частинними похідними. Серед таких досліджень однією з пріоритетних є задача відшукання диференціального рівняння, розв'язками якого є нові спеціальні функції, що виникають у цих алгоритмах.

Одним із важливих напрямків у зазначеній тематиці є дослідження властивостей спеціальних функцій, що виникають під час алгоритмічної реалізації методу перетворення Келі, зокрема знаходження диференціального рівняння, яке вони задовольняють. Цей метод є ефективним у розв'язуванні задач Коші для абстрактних диференціальних рівнянь з необмеженими операторними коефіцієнтами. Значну роль при цьому відіграє система поліномів, що фігурує у формулах, які реалізують метод. Так, у випадку диференціального рівняння першого порядку з постійним операторним коефіцієнтом — це система поліномів Лагерра [2–5]. У випадку диференціального рівняння другого порядку з постійним операторним коефіцієнтом — це поліноми типу Майкснера [6–9]. У випадку рівняння дробового порядку з постійним операторним коефіцієнтом — це поліноми Лагерра–Келі, твірну функцію яких можна визначити через функцію Міттаг-Леффлера [10–13]:

$$E_{\alpha}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^{j}}{\Gamma(1+j\alpha)},$$

де ряд збігається для всіх $z \in \mathbb{C}$, якщо $\alpha > 0$.

[1] Робота В.Л. Макарова частково підтримана грантом від Simons Foundation (№ 1290607).