

В.В. СЕМЕНОВКиївський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: semenov.volodya@gmail.com.**О.С. ХАРЬКОВ**Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: olehharek@gmail.com.

ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ АЛГОРИТМУ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ З МИНУЛОГО ТА АЛГОРИТМУ ОПЕРАТОРНОЇ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ¹

Анотація. Розглянуто варіаційні нерівності в гільбертовому просторі та два методи їхнього наближеного розв'язання — алгоритм екстраполяції з минулого та алгоритм операторної екстраполяції. Ітерація цих алгоритмів дешевша за ітерацію екстраградієнтного алгоритму за кількістю обчислень значень оператора: одне проти двох. Для варіаційних нерівностей з ліпшицевими операторами, що задовольняють умову типу узагальненої сильної монотонності, отримано неасимптотичні оцінки лінійної швидкості збіжності алгоритмів. Здобуті результати є новими та уточнюють відомі.

Ключові слова: варіаційна нерівність, сідлова задача, лінійна збіжність, метод екстраполяції з минулого, метод операторної екстраполяції.

ВСТУП

Варіаційні нерівності — зручна загальна форма запису різних задач, що постають під час дослідження операцій та машинного навчання [1–16]. Побудова алгоритмів розв'язання варіаційних нерівностей та наближених до них задач (задачі про рівновагу, ігрові задачі) є надзвичайно поширеним напрямом обчислювальної математики.

Окремі задачі негладкої оптимізації можна ефективно розв'язувати, якщо їх формулювати у вигляді сідлових задач і застосовувати алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [8, 9]. Нещодавно був розвинутий такий варіант побудови швидких алгоритмів для задач опуклого програмування: за допомогою теорії двоїстості переходимо до деякої опукло-угнутої сідлової задачі (гра Фенхеля) та застосовуємо екстраградієнтні алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [10].

З початком широкого використання генерувальних змагальних нейронних мереж (Generative Adversarial Networks, GANs) [11] та інших моделей змагального або робастного навчання інтерес до алгоритмів розв'язання сідлових задач та варіаційних нерівностей постав серед спеціалістів з машинного навчання [7].

Найпростішим методом розв'язання варіаційних нерівностей є аналог методу градієнтного спуску, що у випадку сідлової задачі відомий як метод градієнтного спуску–підйому [2]. Але цей метод може не збігатися для нерівностей з монотонним оператором. Відомою модифікацією методу градієнтного спуску з проєктуванням для варіаційних нерівностей є екстраградієнтний метод Корпелевич [8, 17–23], ітерація якого потребує двох обчислень значення оператора задачі та двох метричних проєктувань на допустиму множину. «Обчислювально дешеві» варіанти екстраградієнтного алгоритму з одним метричним проєктуванням на допустиму множину запропоновано у роботах [21–23].

У цій роботі зосередимось на таких методах апроксимації розв'язків варіаційних нерівностей як алгоритм екстраполяції з минулого [7, 24] та алгоритм операторної екстраполяції [25–27].

¹Робота виконана за фінансової підтримки МОН України (проєкт «Обчислювальні алгоритми і оптимізація для штучного інтелекту, медицини та оборони», 0122U002026) та НАН України (проєкт «Нові субградієнтні та екстраградієнтні методи для негладких задач регресії», 0124U002162).