УДК 519.8

А.М. ШУТОВСЬКИЙ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *sh93ar@gmail.com.*

В.В. ПРИТ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *vitalikprytl@gmail.com.*

ОПТИМІЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПЕРАТОРА З ДЕЛЬТАПОДІБНИМ ЯДРОМ ДЛЯ КВАЗІГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ

Анотація. Отримано результати дослідження, які поєднують у собі методи теорії наближень і методи теорії оптимальних рішень. А саме, розв'язано задачу оптимізаційного характеру для бігармонійного інтеграла Пуассона у верхній півплощині як одного з найоптимальніших розв'язків бігармонійного рівняння у декартових координатах. Апроксимативні властивості бігармонійного оператора Пуассона у верхній півплощині на класах квазігладких функцій отримано у вигляді точної рівності для відхилення квазігладких функцій від розглядуваного додатного оператора.

Ключові слова: бігармонійне рівняння у декартових координатах, квазігладкі функції, глобальна оптимізація, бігармонійний інтеграл Пуассона у верхній півплощині.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ДЕЯКІ ІСТОРИЧНІ ВІДОМОСТІ

Рівняння математичної фізики, які є диференціальними рівняннями у частинних похідних, застосовуються з метою дослідження широкого спектра динамічних систем [1, 2]. Відомим є той факт, що процес поширення тепла в певній області описується за допомогою так званого рівняння теплопровідності. У задачі про відтворення функції комплексної змінної за наявності однієї з її частин (дійсної чи уявної) виникає рівняння Лапласа [3–6], розв'язки якого являють собою гармонійні функції. Стосовно ізотропної та однорідної пластини для чистого згину, то тут застосовується так зване бігармонійне рівняння

$$\nabla^2(\nabla^2 U) = 0 \tag{1}$$

(∇^2 — Лапласіан), яке має розв'язки у вигляді вже бігармонійних функцій [7, 8].

Усі наведені вище диференціальні рівняння у частинних похідних можна розв'язувати методом Фур'є (відокремлення змінних). Поява теорії лінійних операторів сприяла створенню додаткового підходу до розв'язування рівнянь та їхніх систем [9, 10], які виникають у задачах прикладного характеру [11–13]. Тут, власне, йдеться про операторний метод, який дає змогу одразу виписати фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Подальший стрімкий розвиток найрізноманітніших методів математичної фізики став потужним поштовхом для побудови теорії ігрових задач динаміки [14–16] саме на основі теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Бігармонійне рівняння (1) може розв'язуватись у випадку довільної розмірності простору. Якщо ж простір є двовимірним, то одними з найпоширеніших на практиці представлень для Лапласіана ∇^2 є представлення $\nabla^2 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ у полярних координатах та представлення $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ у декартових координатах. На додання до цього слід зауважити, що рівняння (1) може мати певну