УДК 517.95

Е.Т. КАРІМОВ
Ферганський державний університет, Фергана, Узбекистан,
e-mail: *erkinjon@gmail.com.*

Н.Е. ТОКМАГАМБЕТОВ
Центр математичних досліджень, Сарданьола-дал-Бальєс (Барселона), Іспанія,
e-mail: *tokmagambetov@crm.cat;*
Інститут математики та математичного моделювання, Алмати, Казахстан,
e-mail: *tokmagambetov@math.kz.*

Д.А. УСМОНОВ
Ферганський державний університет, Фергана, Узбекистан,
e-mail: *dusmonov909@gmail.com.*

ОБЕРНЕНА ПОЧАТКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ВИРОДЖЕНОГО ЗА ЧАСОМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ТА БІПОРЯДКОВОЮ ПОХІДНОЮ ХІЛЬФЕРА[1]

Анотація. Доведено однозначну розв'язність оберненої початкової задачі для виродженого за часом диференціального рівняння з дробовими частинними похідними. Методом розділення змінних отримано задачу Коші для дробового диференціального рівняння, що включає біпорядкову похідну Хільфера за часовою змінною. Представлено розв'язок цієї задачі Коші в явній формі через функцію Кілбаса–Сайго. З використанням верхньої та нижньої меж цієї функції доведено рівномірну збіжність нескінченних рядів, що відповідають розв'язку сформульованої оберненої початкової задачі.

Ключові слова: обернена початкова задача, вироджене диференціальне рівняння з частинними похідними (ДРЧП), біпорядковий оператор Хільфера, функція Кілбаса–Сайго.

У галузі дробового числення є потужні інструменти для дослідження прямих і обернених задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними дробового порядку (ДДРЧП) [1]. Добре відомо, що математичні моделі прикладних задач, що ґрунтуються на ДДРЧП, можуть точно описувати процеси [2]. Оскільки у цій статті основну увагу буде приділено лише дробовим дифузійним процесам, наведений нижче стислий огляд стосуватиметься тільки їх. Однією з перших робіт з дробовим рівнянням дифузії є робота А. Кочубея [3]. Пізніше Ю. Лучко та М. Ямамото опублікували роботу з дослідження початково-крайових задач для загальних рівнянь дифузії з дробовою похідною за часом [4]. Концепції їхнього розв'язання, аспекти регулярності та поведінки на великих проміжках часу розглянуто в [5]. Дослідження нових математичних аспектів цих рівнянь, умотивовані потребою в застосуванні у промисловості, представлено в [6].

Розглянемо деякі роботи щодо вироджених рівнянь дифузії з дробовими похідними за часом. Під час вивчення дифузійних процесів важливим напрямом досліджень є випадок, коли коефіцієнт дифузії залежить від часу. У [7] досліджено рівняння дифузії з дробовою похідною за часом з коефіцієнтом дифузії, що залежить від часу, і представлено розв'язки у вигляді розкладу в ряд. У роботі [8] представлено систематичне дослідження дифузії в неоднорідних середовищах. У ній запропоновано ітеративну схему розв'язання дробових просторово-часових диференціальних рівнянь із коефіцієнтами дифузії, що залежать від часу, на основі параметричного розкладу за дробовим індексом, та зазначено, що аналітичні

[1]Дослідження виконано за фінансової підтримки Комітету науки Міністерства науки і вищої освіти Республіки Казахстан (Грант № AP14872042). Н. Токмагамбетов також отримав підтримку в межах програми Beatriu de Pinos та гранту AGAUR (Generalitat de Catalunya) 2021 SGR 00087.

© Е.Т. Карімов, Н.Е. Токмагамбетов, Д.А. Усмонов, 2024