УДК 519.8

Р.В. ТОВКАЧ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *tovkach.roman@vnu.edu.ua*.

В.М. МЕДВІДЬ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *walsh@ukr.net*.

ПРО ОДНУ НЕОБХІДНУ УМОВУ ЗБІЖНОСТІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Анотація. Показано, що застосування перетворення Фур'є важливе для розв'язання багатьох прикладних задач системного аналізу. Вивчено його властивості, що впливають на ефективність використання у задачах теорії оптимальних рішень. Задано необхідну умову збіжності перетворення Фур'є, що дає потужний інструмент для його використання у реалізації практичних задач.

Ключові слова: перетворення Фур'є, системний аналіз, теорія оптимальних рішень, необхідна умова збіжності.

ВСТУП

Перетворення Фур'є є одним з потужних інструментів, що використовують у різноманітних галузях науки та інженерії. Прикладне застосування перетворення Фур'є, яке часто називають аналізом Фур'є або гармонійним аналізом, забезпечує ефективний алгоритм ідентифікації системних параметрів, а також зручне обчислення складних сум та інтегралів, які виникають у процесі дослідження. Аналіз Фур'є лежить в основі багатьох методів системного аналізу [1–5] і відіграє важливу роль у практичній реалізації багатьох інженерних рішень. Методи гармонійного аналізу широко використовують як для досліджень лінійних систем, так і нелінійного аналізу та ігрових задач динаміки [6–9].

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РЯДАМИ ФУР'Є

Нехай $g(x)$ — неперервна 2π-періодична функція, ряд Фур'є якої має вигляд

$$S[g]=\frac{1}{2}a_0+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)=\sum_{k=0}^{\infty}A_k(g;x), \tag{1}$$

де

$$a_k=a_k(g)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)\cos kt\,dt,\ k=1,2,\dots,$$

$$b_k=b_k(g)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)\sin kt\,dt,\ k=1,2,\dots$$

— його коефіцієнти. Оскільки будь-яка сумовна функція розкладається в ряд Фур'є, то ці ряди зазвичай використовують як математичні моделі [10–13] різноманітних природних і соціально-економічних процесів. Але поряд із сумами Фур'є (1) часто як математичний апарат моделювання згаданих процесів застосовують й інші математичні агрегати [14–18]. Здебільшого це пов'язано з тим, що суми Фур'є (1) заданої функції дуже повільно збігаються (що значно погіршує якість модельованого процесу) або цей ряд (1) є розбіжним [19, стор. 45] (що взагалі унеможливлює процес побудови математичної моделі досліджуваного процесу). Отже, пропонується розглядати більш адекватний (у цьому розумінні) математичний апарат моделювання різного роду процесів, який базується на так званому матричному підсумовуванні [19, стор. 46] рядів Фур'є.