УДК 519.711

О.Г. НАКОНЕЧНИЙ
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *oleksandrnakonechny@knu.ua.*

П.М. ЗІНЬКО
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *petro.zinko@knu.ua.*

Т.П. ЗІНЬКО
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *taras.zinko@knu.ua.*

ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Анотація. Знайдено гарантовані оцінки для прямокутних матриць, які задовольняють лінійні операторні рівняння з невідомими правими частинами. За певних припущень показано, що гарантовані оцінки матриць можуть бути знайдені як розв'язки систем операторних рівнянь. У випадку, коли дані спостережень задані з детермінованими похибками, які належать певним обмеженим множинам, отримано вирази для верхніх та нижніх оцінок розв'язків таких рівнянь, а також вирази для верхніх та нижніх похибок таких оцінок. Одержані результати проілюстровано на тестовому прикладі.

Ключові слова: лінійне операторне рівняння, ядро оператора, спряжений оператор, гарантована апостеріорна оцінка матриці, гарантована апостеріорна похибка оцінки матриці, мінімальний за нормою розв'язок рівняння.

ВСТУП

Проблеми застосування матричної теорії в статистиці, машинному навчанні, біології, техніці та оцінювання матриць і векторів у моделях великої розмірності за даними спостережень досліджуються у багатьох публікаціях зарубіжних вчених, зокрема в [1–8]. У [9–11] вивчаються задачі лінійної матричної регресії в умовах невизначеності, в [12–14] невідомі параметри вважаються випадковими з невідомими середніми значеннями та другими моментами. В цих роботах досліджено проблеми знаходження гарантованих лінійних середньоквадратичних оцінок розв'язків матричних рівнянь і показано, що за спеціальних обмежень на моменти невідомих параметрів такі оцінки виражаються через розв'язки спеціальних систем лінійних матричних рівнянь.

У запропонованій статті досліджуються задачі одержання гарантованих оцінок розв'язків лінійних операторних рівнянь у скінченновимірних просторах в умовах неєдиності розв'язків цих рівнянь та за невідомих детермінованих параметрах спостережень.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Позначимо $H_{m,n}$ простір матриць розміру $m \times n$. Визначимо скалярний добуток у просторі матриць $H_{m,n}: \langle A_1, A_2 \rangle \overset{\Delta}{=} Sp\, A_1 A_2^{\mathrm{T}}$, де $Sp\,(W)$ — слід квадратної матриці W, Т — знак транспонування матриці.

Нехай A є лінійним оператором, який діє із простору матриць $H_{m,n}$ у простір матриць $H_{r,s}$. Припустимо, що задана матриця $Y \in H_{p,q}$:

$$Y = CX + V, \tag{1}$$

де C — лінійний оператор, який діє із простору $H_{m,n}$ у простір $H_{p,q}$; X —