УДК 519.8

А.М. ШУТОВСЬКИЙ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *sh93ar@gmail.com*.

ДЕЯКІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ТРИГАРМОНІЙНИХ ФУНКЦІЙ

Анотація. Отримано результати, які дають змогу розглядати теорію ігрових задач динаміки як середовище для побудови важливих математичних об'єктів. А саме, проінтегровано тригармонійне рівняння в декартових координатах зі спеціально підібраними граничними умовами. Побудовано тригармонійний інтеграл Пуассона для верхньої півплощини, який належить до класу додатних операторів. Розглянуто функціональну залежність тригармонійного оператора від періодичних функцій та отримано інтеграл із дельтаподібним ядром, яке можна розкласти на три знакосталі дроби. Аналіз асимптотичної поведінки тригармонійного ядра засвідчує узгодженість отриманих результатів із раніше відомими результатами.

Ключові слова: тригармонійне рівняння, верхня півплощина, перетворення Фур'є, ряд Фур'є, додатний оператор.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ДЕЯКІ ІСТОРИЧНІ ВІДОМОСТІ

У процесі розв'язування задач прикладного характеру ефективним є поєднання найрізноманітніших методів дослідження. Особливо актуальними на практиці виявляються методи математичного моделювання, які передбачають застосування математичних об'єктів різних типів. Якщо застосування деякого математичного об'єкта є доцільним для розв'язування конкретної прикладної задачі, то інший математичний об'єкт може виявитися вже непридатним для застосування. Це свідчить про те, що розв'язування задачі прикладного характеру стає можливим лише після розв'язання задачі про відшукання важливого математичного об'єкта [1–3]. Оскільки таке становище є доволі поширеним на практиці, то це зумовило появу теорії оптимальних рішень, яка стрімко набирає популярності у сучасних наукових дослідженнях [4–7].

Варто наголосити на тому, що теорія оптимальних рішень може поєднувати різні галузі науки [8–11]. Математичний об'єкт, який належить до класу важливих розв'язків диференціальних рівнянь у частинних похідних, дає змогу встановити зв'язок між теорією оптимальних рішень і теорією ігрових задач динаміки [12–14]. Область визначення рівнянь математичної фізики безпосередньо пов'язана з кількістю змінних, від яких залежить шукана функція. Якщо така функція залежить від двох змінних, то диференціальне рівняння у частинних похідних може розглядатись у деякій двовимірній області на площині XOY. Роль початкової умови зазвичай відіграє граничне значення шуканого розв'язку на межі розглядуваної області. Тоді як одним із методів інтегрування крайової задачі може бути метод Фур'є (метод розділення змінних). За таких обставин розв'язок рівняння математичної фізики у багатьох випадках [15–18] може бути представлений у вигляді інтеграла. Щодо підінтегральної функції, то вона виявляється добутком граничного значення розв'язку на межі області та деякої двовимірної функції, яка відіграє роль інтегрального ядра. За своєю поведінкою на проміжку інтегрування всі інтегральні ядра можуть бути як додатними [19–21], так і знакозмінними [22].

Серед багатьох диференціальних рівнянь у частинних похідних, які застосовують з метою математичного опису широкого класу динамічних систем, доволі поширеним є рівняння Лапласа

$$\nabla^2 U = 0, \tag{1}$$

де ∇^2 — оператор Лапласа.