УДК 519. 21

П.С. КНОПОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *knopov1@yahoo.com*.
Т.В. ПЕПЕЛЯЄВА
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *pepelaev@yahoo.com.*

ДЕЯКІ ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ КЕРОВАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Анотація. Досліджено деякі прикладні задачі теорії керованих випадкових процесів, що виникають у теорії надійності та теорії масового обслуговування. Наведено умови, за яких знаходження оптимальної стратегії зводиться до розв'язання деяких задач математичного програмування, а також числові методи їхнього розв'язання.

Ключові слова: марковські процеси, напівмарковські процеси, оптимальне керування, критерій оптимальності, оптимальне планування, система масового обслуговування, оптимальна стратегія.

Ця стаття є своєрідним продовженням роботи [1], де розглянуто керовані марковські й напівмарковські процеси та системи і задачі оптимального керування для низки задач теорії запасів. Тут досліджено прикладні задачі керованих марковських та напівмарковських процесів, що виникають під час планування ремонтних робіт складних технічних систем та в деяких системах масового обслуговування. Також наведено деякі підходи для числового розв'язання посталих задач оптимального керування.

1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ З ТЕОРІЇ КЕРОВАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Наведемо відомості з теорії керування випадковими процесами, які знадобляться надалі. Розглянемо керовану стохастичну систему з дискретним часом, що керується у певний спосіб для мінімізації витрат, пов'язаних з її функціонуванням.

Нехай X і A — множини станів і керувань, X — фазовий простір (простір станів) стохастичного процесу $X=(X_n : n \in \mathrm{N})$, який описує розвиток системи в часі, A — простір прийнятя рішень. Простори X і A є повними сепарабельними метричними просторами з борелівськими σ-алгебрами $\aleph$ і $\Im$ відповідно. Якщо в момент часу $n \in \mathrm{N}$ система перебуває у стані $x \in X$, то приймають рішення $D_n = a$, $a \in A_x \in \Im$, де A_x — набір допустимих дій у стані x. Позначимо $A \colon X \to \Im$, $x \to A_x$ відображення, що пов'язує набір допустимих дій з відповідним станом системи. Будемо вважати, що $\Delta = \{(x,a), x \in X, a \in A_x\} \in (\aleph \otimes \Im)$ — борелівські підмножини простору $X \times A$.

1.1. Керовані марковські процеси. Випадкова еволюція системи керується множиною перехідних імовірностей

$$P\{B \mid x_n, a_n\} = P\{X_{n+1} \in B \mid X_0 = x_0, D_0 = a_0, \ldots, X_n = x_n, D_n = a_n\},$$

де $B \in \aleph$, $(x_k, a_k) \in \Delta$ і x_k — стан системи в момент часу k, a_k — вибране керування в момент часу k, $k \le n$.

Позначимо $r(x,a)$ витрати за один період, якщо система перебуває у стані x на початку періоду і приймають рішення $a \in A_x$.

Будемо вважати, що функція $r(x,a)$ — обмежена вимірна функція на Δ, $|r(x,a)| \le C < \infty, (x,a) \in \Delta$, для деякого $0 < C < \infty$.