УДК 519.6

В.Л. МАКАРОВ
Інститут математики НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *makarovimath@gmail.com.*
Н.В. МАЙКО
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *mayko@knu.ua.*
В.Л. РЯБІЧЕВ
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *ryabichev@knu.ua.*

ЗНАХОДЖЕННЯ РЕКУРЕНТНОГО СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ СИСТЕМИ ПОЛІНОМІВ У ЗАДАЧІ З ДРОБОВОЮ ПОХІДНОЮ[1]

Анотація. Розроблено та обґрунтовано алгоритм відшукання рекурентного співвідношення з поліноміальними коефіцієнтами над полем раціональних чисел для заданої системи поліномів (на прикладі системи поліномів Лагерра–Келі).

Ключові слова: система поліномів Лагерра–Келі, функція Міттаг-Леффлера, рекурентне співвідношення, поліноміальні коефіцієнти, раціональні числа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Одним з ефективних методів розв’язування абстрактних диференціальних рівнянь з необмеженим операторним коефіцієнтом є метод перетворення Келі (див., наприклад, [1]). Значну роль при цьому відіграє система поліномів, що фігурує у формулах, які реалізують метод. Наприклад, у випадку диференціального рівняння першого порядку з постійним операторним коефіцієнтом — це система поліномів Лагерра [2, 3]. У випадку диференціального рівняння другого порядку з постійним операторним коефіцієнтом — це поліноми типу Майкснера [4–7].

У випадку рівняння з похідною дробового порядку з постійним операторним коефіцієнтом маємо поліноми Лагерра–Келі, дослідження яких розпочато в роботі [8]. Твірна функція таких поліномів визначається функцією Міттаг-Леффлера [9]:

$$E_\mu(z)=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{z^j}{\Gamma(1+j\mu)},\quad z\in\mathbb{C}\quad(\mu>0).$$

Проілюструємо це на прикладі задачі Коші для абстрактного еволюційного рівняння з секторіальним оператором A у банаховому просторі X [10]:

$$\partial_t u+\partial_t^{-\alpha}Au=f(t),\quad t>0,$$
$$u(0)=u_0, \tag{1}$$

де

$$(\partial_t^{-\alpha}u)(t)=\begin{cases}\dfrac{d}{dt}\displaystyle\int_0^t\frac{(t-s)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)}u(s)ds, & -1<\alpha<0,\\ \displaystyle\int_0^t\frac{(t-s)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}u(s)ds, & 0<\alpha<1,\end{cases}$$

[1]Робота першого співавтора підтримана грантом від Simons Foundation (N 1290607).