

А.В. АНІКУШИН

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *andrii.anikushyn@knu.ua*.

Х.М. ГРАНИШАК

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *kristinka.granishak@gmail.com*.

В.С. ЛЯШКО

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *lyashko91@gmail.com*.

О.С. САМОСЬОНОК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *samosyonok@gmail.com*.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ГІПЕРБОЛІЧНИМИ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ СИСТЕМАМИ

Анотація. Доведено апріорні нерівності для класу лінійних інтегро-диференціальних рівнянь гіперболічного типу, що виникають під час дослідження в'язкопружних середовищ. Сформульовано теореми існування та єдиності узагальненого розв'язку, неперервної залежності розв'язку від правої частини рівняння. Наведено задачу оптимального керування та сформульовано теорему про існування її розв'язку.

Ключові слова: апріорні оцінки, узагальнена розв'язність, оптимальне керування, інтегро-диференціальне рівняння, гіперболічне рівняння.

У циліндричній області $(x, t) \in Q = \Omega \times (0, T)$, де $\Omega \subset R^n$ — обмежена однозв'язна область з регулярною межею $\partial\Omega$, розглянемо початково-крайову задачу

$$Lu = f \quad (1)$$

для гіперболічного інтегро-диференціального оператора

$$Lu = u_{tt} + Au + Bu, \quad (2)$$

з однорідними початковими та крайовими умовами Діріхле

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad (3)$$

$$u|_{t=0} = u_t|_{t=0} = 0. \quad (4)$$

Тут оператор A не залежить від змінної t і задається диференціальним виразом другого порядку

$$Au = - \sum_{i,j=1}^n (a_{ij} u_{x_j})_{x_i} + \sum_{i=1}^n a_i u_{x_i} + au, \quad (5)$$

а інтегральний оператор типу Вольтерри B має форму

$$Bu = \int_0^t \sum_{i=1}^n K_i(t, \tau) u_{x_i x_i}(x, \tau) d\tau. \quad (6)$$

Інтегро-диференціальні рівняння такого типу давно стали стандартним об'єктом вивчення прикладної математики і часто виникають під час дослідження процесів у в'язкопружних середовищах. Так, приміром, відомо, що поведінка деяких в'язкопружних матеріалів (полімерів, суспензій, емульсій) проявляє властивості пам'яті. Інакше кажучи, сили, що виникають всередині тіла, залежать не лише від поточних значень деформації та/або градієнта швидкості, але й від усієї часової