

П.С. МАЛАЧІВСЬКИЙ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
НАН України, Львів, Україна, e-mail: *Petro.Malachivskyy@gmail.com*.

Л.С. МЕЛЬНИЧОК

Львів, Україна, e-mail: *levkom@gmail.com*.

ЧЕБИШОВСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ ЛОГАРИФМОМ ВІД РАЦІОНАЛЬНОГО ВИРАЗУ

Анотація. Запропоновано метод побудови чебишовського наближення з абсолютною похибкою логарифмом від раціонального виразу. Він полягає в побудові проміжного чебишовського наближення з відносною похибкою раціональним виразом експоненти наближуваної функції. Наближення раціональним виразом обчислено за ітераційною схемою як граничне середньостепеневе наближення, одержане методом найменших квадратів із двома змінними ваговими функціями. Наведені результати розв'язування тестових прикладів підтверджують швидкість методу.

Ключові слова: чебишовське наближення логарифмічним виразом, наближення раціональним виразом, середньостепеневе наближення, метод найменших квадратів, змінна вагова функція.

ВСТУП

Логарифмічні залежності доцільно використовувати для аналізу величин, які експоненційно зростають із часом, або залежностей, що описуються добутками [1]. Застосування логарифмічних перетворень у цьому разі дає можливість звести аналіз цих залежностей до лінійних моделей [2, 3]. Логарифмічні залежності використовують також для наближення математичних і спеціальних функцій [4, 5], моделювання фізичних, хімічних, біологічних та інших процесів [1, 5–7], проектування систем автоматичного керування [8], опису характеристик ємнісних сенсорів [9], встановлення функціональних залежностей початкових умов [10–12] тощо.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай неперервну на відрізку $[\alpha, \beta]$ функцію $f(x)$ потрібно наблизити з абсолютною похибкою виразом

$$L_{k,l}(a, b; x) = \ln(R_{k,l}(a, b; x)), \quad (1)$$

де $R_{k,l}(a, b; x)$ — раціональний вираз

$$R_{k,l}(a, b; x) = \sum_{i=0}^k a_i x^i / \left(1 + \sum_{i=1}^l b_i x^i \right), \quad (2)$$

$a_i, i = \overline{0, k}$, та $b_i, i = \overline{1, l}$ — невідомі параметри, $\{a_i\}_{i=0}^k \in A$, $A \subseteq R^{k+1}$, $\{b_i\}_{i=1}^l \in B$, $B \subseteq R^l$, R^n — n -вимірний векторний простір.

Вираз $L_{k,l}(a, b; x)$ називатимемо чебишовським наближенням функції $f(x)$ з абсолютною похибкою на відрізку $[\alpha, \beta]$, якщо він задовільняє умову

$$\max_{x \in [\alpha, \beta]} |f(x) - L_{k,l}(a^*, b^*; x)| = \min_{a \in A, b \in B} \max_{x \in [\alpha, \beta]} |f(x) - L_{k,l}(a, b; x)|.$$

Побудова цього наближення полягає у визначенні таких значень параметрів a^* і b^* , для яких досягається найменше можливе значення найбільшої абсо-