УДК 519.8

І.В. КАЛЬЧУК
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *k.inna.80@gmail.com.*

Ю.В. ПРИВАЛОВ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *pryvalov.yura@gmail.com.*

ПРО ДЕЯКІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА ГАУССА–ВЕЄРШТРАССА

Анотація. Розглянуто задачу теорії наближення функцій щодо дослідження лінійних методів підсумовування рядів Фур'є, а саме питання знаходження серед них оптимальних у тому чи іншому сенсі. Для визначення оптимального порядку апроксимації в роботі вирішено два важливих питання: доведено, що оператор Гаусса–Веєрштрасса є насиченим методом та знайдено його порядок насичення; по-друге, знайдено класи насичення для цього методу.

Ключові слова: оптимізаційні властивості функцій, оператор Гаусса–Веєрштрасса, порядок насичення, клас насичення.

ВСТУП

Ряди Фур'є завжди були потужним інструментом для розв'язання багатьох задач прикладної математики. Особливо вони набули актуальність під час моделювання [1–6] різноманітних природних і соціальних процесів. Втім разом із сумами Фур'є як математичного апарату для розв'язання актуальних задач сьогодення все частіше стали використовувати і інші тригонометричні поліноми. Вочевидь, це пов'язано з тим, що в деяких випадках суми Фур'є розглядуваної функції збігаються з нею дуже повільно або інколи взагалі розбігаються [7]. Багато прикладів, коли функції, в яких суми Фур'є є розбіжними в певних точках, були відомі ще Дюбуа–Реймонду [7]. Звісно, що факт розбіжності рядів Фур'є у деяких точках почав негативно позначатися під час розв'язання багатьох задач прикладної математики. Це спонукало до пошуків побудови послідовностей наближуваних поліномів, які б уже рівномірно збігалися на всьому просторі неперервних функцій [7]. Виходячи з цього на основі частинних сум Фур'є були побудовані поліноми Феєра, Джексона, Валле Пуссена, Рісса, Стєклова, Рогозинського та інші, які рівномірно збігаються до будь-якої неперервної періодичної функції. Адже ці поліноми побудовані за допомогою саме частинних сум Фур'є, тому не завжди були оптимальними (досконалими) під час розв'язання певних прикладних задач [8–11].

Тому для розв'язання такого типу задач почали використовувати не тільки поліноми, побудовані на частинних сумах Фур'є, а й оператори, які побудовані за допомогою прямокутних λ-методів [12] підсумовування рядів Фур'є. До таких операторів належать оператори Абеля–Пуассона [13], бігармонійні та тригармонійні оператори Пуассона [14–18], а також оператори Гаусса–Веєрштрасса [19, 20]. Але останні оператори є найменш дослідженими на відміну від зазначених вище саме стосовно прикладної математики. Тому мета цієї роботи — виявити деякі оптимізаційні властивості операторів Гаусса–Веєрштрасса.

ОПЕРАТОР ГАУССА–ВЕЄРШТРАССА ЯК ЛІНІЙНИЙ МЕТОД ПІДСУМОВУВАННЯ РЯДІВ ФУР'Є

Теорію наближення функцій можна розглядати як один із інструментів розв'язання багатьох задач системного аналізу [21–24], та актуальним залишається дослідження різноманітних методів підсумовування рядів Фур'є.