

АСИМПТОТИКА ПЕРЕХІДНИХ ІМОВІРНОСТЕЙ НАПІВМАРКОВСЬКОГО ПРОЦЕСУ

Анотація. Розглянуто напівмарковський процес з нелінійним множником нормування. Знайдено асимптотику перехідних імовірностей для напівмарковського процесу. Визначено функції багатовимірної рівняння відновлення.

Ключові слова: напівмарковський процес, ланцюг Маркова, функція відновлення, перехідні ймовірності.

Розглянемо напівмарковський процес $x\left(\frac{t}{g(\varepsilon)}\right)$, $t \geq 0$, $g(\varepsilon) \rightarrow 0$, для $\varepsilon \rightarrow 0$ за масштабом часу $\frac{t}{g(\varepsilon)}$ з нелінійним множником нормування $g(\varepsilon)$. Нехай

$E = \{1, 2, \dots, m\}$ — скінченна множина станів процесу, а $\tau_1^\varepsilon = \inf\{t > 0: x\left(\frac{t}{g(\varepsilon)}\right) \neq x(0)\}$ — момент першого стрибка.

У [1–5] розглянуто багатовимірні рівняння відновлення через марковські та напівмарковські процеси. Знайдено рівняння відновлення в нелінійній апроксимації [1] та досліджено випадкові еволюції [3]. У цій статті основним об'єктом дослідження є перехідні ймовірності напівмарковського процесу, які задовольняють багатовимірне рівняння відновлення.

Сформуємо напівмарковську матрицю цього процесу у вигляді

$$F_{ij}^\varepsilon(t) = P\{x(\tau_1^\varepsilon) = j, \tau_1^\varepsilon \leq \frac{t}{g(\varepsilon)} | x(0) = i\}.$$

Нехай виконуються такі умови.

1. Існує границя

$$F_{ij}(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_{ij}^\varepsilon(t)$$

в сенсі слабкої збіжності.

2. Ланцюг Маркова, вкладений в граничний процес, є розкладним, тобто фазовий простір можна подати у вигляді

$$E = \bigcup_{k=1}^r E_k,$$

де $E_1, E_2, \dots, E_r$ — неперетинні множини такі, що $p_{ij} = F_{ij}(\infty) = 0$ для $i \in E_k$, $j \in E_l$, $k \neq l$.

3. Ланцюг Маркова, вкладений в граничний процес, є ергодичним зі стаціонарним розподілом $\vec{p} = (p_j^k)_{j \in E_k}$, де

$$p_j^k = \sum_{i \in E_k} p_i^k \cdot p_{ij}, \quad j \in E_k, \quad \sum_{j \in E_k} p_j^k = 1.$$

4. Час перебування в кожному стані є рівномірно інтегровним, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{\varepsilon} \sum_{j \in E} \int_t^\infty t F_{ij}^\varepsilon(t) dt = 0.$$