

ЗАДАЧА З КІНЦЕВОЮ ІНТЕГРАЛЬНОЮ УМОВОЮ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛІНІЙНОГО ДРОБОВО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З БІПОРЯДКОВОЮ ПОХІДНОЮ ХІЛЬФЕРА–АДАМАРА

Анотація. Розглянуто крайову задачу з інтегральною умовою для нелінійного дробово-диференційного рівняння з узагальненою (біпорядковою) композитною похідною Хільфера–Адамара. Поняття біпорядкової похідної Хільфера–Адамара ґрунтується на інтерполяційній концепції із застосуванням похідних Адамара та Капуто–Адамара різних порядків. Вивчаються питання існування розв’язку, єдиності та стійкості щодо зазначеної задачі.

Ключові слова: нелінійні дробово-диференціальні рівняння, біпорядкова похідна Хільфера–Адамара, крайова задача, інтегральна умова, існування, єдиність, стійкість.

ВСТУП

У цій праці введено поняття біпорядкової дробової похідної Хільфера–Адамара та розглянуто деякі питання коректності (зокрема, існування, єдиність, стійкість розв’язку) щодо крайової задачі з інтегральною умовою для такого одновимірного нелінійного дробово-диференціального рівняння з біпорядковою похідною Хільфера–Адамара:

$${}^{HH}D_{1+}^{\alpha_1, \alpha_2; \beta} u(t) = f(t, u(t)),$$

де ${}^{HH}D_{1+}^{\alpha_1, \alpha_2; \beta}$ — оператор біпорядкової похідної Хільфера–Адамара, $u(t)$ — шукана функція, $f(\cdot)$ — задана нелінійна функція.

Зазначимо, що важливим і широко представленим у спеціальній літературі сучасним напрямком досліджень у галузі математичного моделювання динамічних процесів з використанням підходів дробово-диференціального аналізу є напрямком, пов’язаний з питаннями існування, єдиності та стійкості розв’язків нелінійних задач щодо модельних рівнянь з різноманітними операторами дробових похідних. Так, наприклад, в роботі [1] визначено умови існування розв’язку крайової задачі Коші з інтегральними умовами для нелінійних дробово-диференціальних рівнянь з похідною Хільфера, а у роботі [2] розв’язано задачу Коші з нелокальними умовами для дробово-диференціальних рівнянь з дробовою похідною Хільфера–Катугампола. Роботи [3, 4] присвячені аналітичному дослідженню умов існування і єдиності розв’язку крайових задач для нелінійних дробово-диференціальних рівнянь з узагальненими однопорядковими похідними Хільфера. У [5] досліджено періодичну задачу Коші для нелінійного дробово-диференціального рівняння з класичною однопорядковою дробовою Хільфер-похідною. Також багато актуальних досліджень виконано щодо різноманітних задач для рівнянь з дробовими похідними Хільфера–Адамара. Зокрема, слід відзначити роботу [6], де розглянуто проблему існування та єдиності задачі типу Коші з похідною Хільфера–Адамара заданого порядку. У роботах [7–9] розглянуто питання існування, єдиності і стійкості щодо задач з інтегральними та нелокальними умовами для деяких нелінійних рівнянь з дробовими похідними Хільфера–Адамара. У ро-