

ЗМЕНШЕННЯ ШИРИНИ СТРІЧКИ МАТРИЦІ У МЕТОДІ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ РОЗТЯГНУТИМИ СПЛАЙНАМИ

Анотація. Крайові умови вдвічі розширюють стрічку матриці системи лінійних рівнянь у методі інтерполяції розтягнутими сплайнами (узагальнення методу Брігса). Запропоновано схему нумерації вузлів скінченно-різницевої сітки, що дає змогу істотно звужити стрічку і зменшити профіль матриці. Описаний метод належить до методів когнітивної графіки і не спирається на поняття теорії графів. Схему або її модифікації можна поширити на інші подібні задачі.

Ключові слова: зменшення ширини стрічки, зменшення профілю, схема нумерації вузлів, розтягнуті сплайни, метод Брігса, стрічкова матриця, когнітивна графіка.

ВСТУП

Побудова поверхні у вигляді регулярної сітки значень за нерегулярно розміщеними спостереженнями є відомою задачею у науках про Землю. До методів її розв'язання належить запропонована Смітом і Весселем [1] інтерполяція розтягнутими сплайнами, що ґрунтується на методі скінченних різниць.

Для розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), що виникає у цьому методі, зазвичай застосовують ітераційний метод послідовної верхньої релаксації [2], що є модифікацією методу Гаусса–Зейделя. У випадку, коли значення параметра натягу T дорівнює нулю, інтерполяція розтягнутими сплайнами трансформується у метод Брігса [3] з модифікованими крайовими умовами. У цьому випадку ітераційний метод Гаусса–Зейделя працює довго. Тому доцільно застосувати прямі методи розв'язування СЛАР. Матриця системи є «аутригерною». Такі матриці утворюються зокрема у результаті дискретизації диференціальних рівнянь у частинних похідних [4]. Особливістю таких матриць є те, що вони мають стрічкову структуру і є розрідженими у межах стрічки, оскільки ненульові елементи матриці переважно згруповані вздовж кількох менших стрічок. Під час розв'язування СЛАР зі стрічковими матрицями з використанням методу Гаусса враховують лише елементи матриці у межах стрічки. Для зменшення ширини стрічки і (або) профілю розрідженої матриці (що, своєю чергою, зменшує кількість потрібних арифметичних операцій можна застосовувати перестановку рядків і стовпчиків матриці.

Серед поширених методів, що генерують такі перестановки, варто відзначити обернений метод Катхілл–Маккі (Reverse Cuthill McKee, RCM), який базується на ідеях, наведених у [5, 6]. Огляд інших алгоритмів, що зменшують ширину стрічки, зокрема алгоритм Гіббса–Пула–Стокмеєра (GPS), інші евристики та метаевристики, наприклад алгоритми, що базуються на метаевристичній оптимізації мурашника, наведено в [7, 8]. У цій статті запропоновано схему нумерації вузлів скінченно-різницевої сітки, яка не спирається на поняття теорії графів. Схема ґрунтується на інтерпретації сітки як набору ліній і на спостереженні, що ширина стрічки матриці залежить від кількості ліній сітки, які «накривають» шаблони різницевих рівнянь. Цей підхід належить до методів когнітивної графіки.