

Т.Б. ЛИСЕЦЬКИЙЛьвівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: taraslysetskiyy@gmail.com.**Я.І. СЛЕЙКО**Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: yikts@yahoo.com.**ПЕРЕХІДНІ ЯВИЩА ДЛЯ ПОВНОЇ КІЛЬКОСТІ ЧАСТИНОК
У ГІЛЛЯСТОМУ ПРОЦЕСІ ГАЛЬТОНА–ВАТСОНА З ІМІГРАЦІЄЮ**

Анотація. Розглянуто гіллясті процеси Гальтона–Ватсона з імміграцією, в яких математичне сподівання A кількості нащадків однієї частинки прямує до одиниці. Для процесу, який позначає кількість частинок, які існували до покоління n нормованого математичним сподіванням, знайдено асимптотичний розподіл, який залежить від швидкості прямування A до одиниці.

Ключові слова: гіллясті процеси з імміграцією, повна кількість частинок, перехідні явища.

Розглянемо гіллястий процес Гальтона–Ватсона з імміграцією. Позначимо Z_n , $n=0,1,\dots$, кількість частинок в n -му поколінні, породжених однією частинкою (тобто $Z_0=1$), а через X_m , $m=0,1,\dots$, — кількість частинок в m -му поколінні для процесу з імміграцією. Для зручності вважатимемо, що $X_0=0$. Нехай $f(x)$ позначає твірну функцію кількості нащадків однієї частинки, а $\varphi(x)$ — твірну функцію імміграційної компоненти. Нехай також λ позначає найменший корінь рівняння $f(s)=s$, $0 \leq s \leq 1$.

Уведемо такі позначення:

$$A = f'(1), B = f''(1), \beta = \varphi'(1), A_0 = f'(\lambda), B_0 = f''(\lambda).$$

Якщо $A \leq 1$, то $\lambda=1$ і $A=A_0$, $B=B_0$, в протилежному за знаком випадку $\lambda < 1$ і $A_0 < 1$.

Збіжність для $n \rightarrow \infty$, $A \rightarrow 1$ здійснюється за класом розподілів K кількості нащадків однієї частинки, який задовольняє такі умови:

- а) $\sum_{k=2}^{+\infty} k(k-1)p_k(F) > \varepsilon_0 > 0$ для деякого ε_0 і для всіх $F \in K$;
- б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{k \in F} \sum_{k=n}^{+\infty} k^2 p_k(F) = 0$;
- в) $p_0(F) > a_0 > 0$ для всіх $F \in K$.

Також вважатимемо, що $\varphi(x)$ належать класу твірних $J = J(d_1, d_2)$, для яких виконуються такі умови:

- г) $\sum_{k=1}^{+\infty} k p_k(J) \geq d_1$, $d_1 > 0$;
- д) $\sum_{k=2}^{+\infty} k(k-1)p_k(J) \leq d_2$, $d_2 > 0$.

Нехай $S_n = \sum_{k=0}^n Z_k$ — повна кількість частинок, породжених однією частинкою, а $Y_n = \sum_{k=0}^n X_k$ — повна кількість частинок в процесі з імміграцією. Уведемо такі твірні функції:

$$t_n(s) = E(s^{S_n}), q_n(s) = E(s^{Y_n}), 0 \leq s \leq 1.$$