УДК 517.9:519.6

В.М. БУЛАВАЦЬКИЙ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *v_bulav@ukr.net.*

ПРО ОДНУ НЕЛОКАЛЬНУ КРАЙОВУ ЗАДАЧУ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ДРОБОВО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З БІПОРЯДКОВОЮ ПОХІДНОЮ ГІЛЬФЕРА

Анотація. Розглянуто крайову задачу з нелокальною інтегральною умовою для нелінійного дробово-диференціального рівняння з узагальненою (біпорядковою) композитною похідною Гільфера. Поняття біпорядкової Гільфер-похідної грунтується на інтерполяційній концепції з застосуванням похідних Капуто та Рімана–Ліувілля різних порядків. Висвітлюються питання існування розв'язку, єдиності та стійкості щодо зазначеної задачі.

Ключові слова: нелінійні дробово-диференціальні рівняння, біпорядкова похідна Гільфера, крайові задачі, нелокальні умови, існування, єдиність, стійкість.

ВСТУП

Відомо, що ефективним методом математичного моделювання динамічних процесів з урахуванням їхніх нелокальних просторово-часових властивостей є підхід, який грунтується на використанні апарату дробового інтегро-диференціювання [1, 2]. Дробове числення на сьогодення має широке поле застосувань: від різноманітних областей точних наук до прикладних наук та інженерії. Особливо ефективними методи дробово-диференціального аналізу виявились під час дослідження динаміки різноманітних процесів переносу (з урахуванням ефектів пам'яті та просторових кореляцій) у таких галузях, як фізика, механіка, геогідромеханіка та інших галузях природознавства [3–6]. Зокрема, в підземній гідродинаміці важливу роль відіграють аномальні геогідроміграційні процеси, адекватнний опис яких можливий на підставі дробово-диференціального узагальнення основних законів переносу Дарсі, Фур'є та ін. [7–12]. При цьому значний обсяг сучасних досліджень у галузі математичного моделювання різноманітних процесів переносу виконано на базі моделей з використанням низки дробово-диференціальних операторів Капуто, Рімана–Ліувілля, Гільфера, Катугамполи та ін. [1–3, 13, 14].

Важливим є також напрямок досліджень, зумовлений необхідністю визначення умов існування, єдиності та стійкості розв'язків різноманітних задач щодо модельних рівнянь із зазначеними вище операторами дробових похідних. Так, наприклад, у роботах [15, 16] визначено умови існування розв'язку задачі Коші з інтегральними крайовими умовами для нелінійних дробово-диференціальних рівнянь з похідною Гільфера. У роботі [17] розв'язана задача Коші з нелокальними умовами для дробово-диференціальних рівнянь з дробовою похідною Гільфера–Катугампола. У працях [18, 19] розглянуто аналітичні дослідження умов існування та єдиності розв'язання крайових задач для нелінійних дробово-диференціальних рівнянь з узагальненими однопорядковими похідними Гільфера. У роботі [20] досліджено періодичну задачу Коші для нелінійного дробово-диференціального рівняння з класичною однопорядковою дробовою похідною Гільфера [13], а у праці [21] розв'язувалась задача Коші з інтегральними граничними умовами для релаксаційного дробово-диференціального рівняння з похідною Гільфера–Катугампола заданого порядку.

На відміну від вище зазначених праць у цій роботі розглянуто деякі властивості (існування розв'язку, єдиність, стійкість) стосовно нелокальної задачі для нелінійного дробово-диференціального рівняння саме з біпорядковою [9] похідною Гільфера. Постановка задачі на підставі біпорядкової похідної