УДК 519.65

П.С. МАЛАЧІВСЬКИЙ
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна, e-mail: *Petro.Malachivskyy@gmail.com*.

Л.С. МЕЛЬНИЧОК
Львів, Україна, e-mail: *levkom@gmail.com*.

ЧЕБИШОВСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ СТЕПЕНЕМ ВІД РАЦІОНАЛЬНОГО ВИРАЗУ

Анотація. Запропоновано метод побудови чебишовського наближення з відносною похибкою раціональним виразом у фіксованому степені. Він полягає в побудові проміжного чебишовського наближення з відносною похибкою раціональним виразом значень кореня цього степеня від наближуваної функції. Наближення раціональним виразом обчислено як граничне середньостепеневе наближення за ітераційною схемою з використанням методу найменших квадратів з двома змінними ваговими функціями. Наведено тестові приклади, які підтверджують швидку збіжність методу побудови чебишовського наближення степенем від раціонального виразу.

Ключові слова: чебишовське наближення степеневим виразом, чебишовське наближення раціональним виразом, середньостепеневе наближення, метод найменших квадратів, змінна вагова функція.

ВСТУП

Степеневі вирази використовують для апроксимації спеціальних функцій математичної та теоретичної фізики [1, 2], а також для опису залежностей у різних галузях техніки й економіки [3–7]. Чебишовське наближення степеневими виразами застосовують для опису термометричної характеристики германієвого мікросенсора [8, 9], термісторів і п’єзоелектричних сенсорів [10–13], калібрувальної кривої витратоміра [14], функціональних залежностей у початкових умовах задачі просторової теплопровідності [15, 16] тощо.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай неперервну та додатну на відрізку $[\alpha, \beta]$ функцію $f(x)$ потрібно наблизити з відносною похибкою виразом

$$S_{k,l}(a, b; x) = (R_{k,l}(a, b; x))^d, \quad d \neq 0, \tag{1}$$

де d — фіксоване дійсне значення, $R_{k,l}(a, b; x)$ — раціональний вираз

$$R_{k,l}(a, b; x) = \sum_{i=0}^{k} a_i x^i \Bigg/ \left(1 + \sum_{i=1}^{l} b_i x^i\right), \tag{2}$$

в якому a_i, $i = \overline{0, k}$, та b_i, $i = \overline{0, l}$, — невідомі параметри, $\{a_i\}_{i=0}^{k} \in A$, $A \subseteq R^{k+1}$, $\{b_i\}_{i=1}^{l} \in B$, $B \subseteq R^l$, R^n — n-вимірний векторний простір. Знаменник раціонального виразу (2) набуває лише додатних значень.

Вираз $S_{k,l}(a^*, b^*; x)$ називатимемо чебишовським наближенням функції $f(x)$ з відносною похибкою на відрізку $[\alpha, \beta]$, якщо він задовольняє умову

$$\max_{x \in [\alpha, \beta]} \left| 1 - \frac{S_{k,l}(a^*, b^*; x)}{f(x)} \right| = \min_{a \in A} \max_{b \in B} \left| 1 - \frac{S_{k,l}(a, b; x)}{f(x)} \right|.$$

Побудова наближення $S_{k,l}(a^*, b^*; x)$ полягає у визначенні таких значень параметрів a^* і b^*, для яких досягається найменше можливе значення