УДК 519.212.2:681.51

В.І. МАСОЛ
Київ, Україна, e-mail: *vimasol@ukr.net*.

С.Я. СЛОБОДЯН
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: *slobodian_s@ukr.net*.

СУМІСНИЙ РОЗПОДІЛ ДЕЯКИХ ПОДІЙ У СХЕМІ БЕРНУЛЛІ З ПАРАМЕТРАМИ (n, p)

Анотація. Встановлено явний вигляд сумісного розподілу довільної фіксованої пари подій, що належать одній скінченній множині подій у схемі Бернуллі з параметрами (n, p). Вказано зв'язок параметра n з максимальним значенням кожного з отриманих сумісних розподілів за умови $p = 0.5$. Наведено приклади використання встановлених розподілів до аналізу (0,1)-послідовності.

Ключові слова: сумісний розподіл, схема Бернуллі, 2-ланцюг, цифрова стеганографія, економетрика.

ВСТУП

Дослідження випадкових послідовностей та прийняття рішень на основі їхнього аналізу є актуальним та поширеним у таких сферах, як криптографія [1] та тестування генераторів псевдовипадкових чисел [2], стеганографія (у частині прогресуючої в останнє десятиліття комп'ютерної та цифрової стеганографії [3, 4]), економетрика (наприклад, у задачах з використанням методу рядів, відомого як метод Джері (Geary test) (див. [5], стор. 432, та [6])).

Особливістю статистик, побудованих на основі розгляду випадкових бітових послідовностей та наведених у [1–6], є їхня одновимірність та можливість застосування для вибірок великої довжини. Зазначимо, що для вибірок малої довжини, котрі з'являються, зокрема, в задачах застосування за наявності або відсутності автокореляції випадкової компоненти моделі часового ряду (див. [5], розд. 12), задачу випадковості розташування бітів зазвичай розв'язують за допомогою методу Сведа–Ейзенхарта (див. [5], стор. 434, та [7]), який оснований на використанні відповідної одновимірної статистики.

Мета цієї роботи — отримати явні вирази розподілів деяких двовимірних статистик, побудованих для випадкової бітової послідовності. Доведення відповідних результатів базуються на використанні та подальшому розвитку підходів для розгляду зазначеної послідовності, запропонованих у [8, 9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо скінченну послідовність довжини n, $1 \le n < \infty$,

$$\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n \tag{1}$$

за умови (У), а саме: елементи $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ утворюють схему Бернуллі з параметрами (n, p) (див. [10], стор. 29).

Позначимо $\eta_n(t_1, t_2)$ кількість 2-ланцюгів типу (t_1, t_2) у послідовності (1), тобто кількість пар (γ_i, γ_{i+1}), $i = 1, 2, \ldots, n-1$, з властивістю $\gamma_i = t_1$, $\gamma_{i+1} = t_2$, де t_1 та t_2 — фіксовані елементи, що належать множині $\{0,1\}$, $t_1, t_2 \in \{0,1\}$. Наприклад, для $n = 6$ послідовність

$$0\,1\,0\,0\,1\,1 \tag{2}$$

© В.І. Масол, С.Я. Слободян, 2025