

П.С. МАЛАЧІВСЬКИЙ

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
e-mail: *Petro.Malachivskyi@gmail.com*.

Л.С. МЕЛЬНИЧОК

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
e-mail: *levkom@gmail.com*.

ЧЕБИШОВСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ НЕЛІНІЙНОЮ ФУНКЦІЄЮ ВІД РАЦІОНАЛЬНОГО ВИРАЗУ

Анотація. Запропоновано метод побудови чебишовського наближення функцій багатьох змінних експонентою, логарифмом і фіксованим дійсним степенем від раціонального виразу. Він полягає в побудові проміжного чебишовського наближення раціональним виразом відповідного функціонального перетворення наближуваної функції. Наближення раціональним виразом обчислено як граничне середньостепеневе наближення за ітераційною схемою з використанням методу найменших квадратів з двома змінними ваговими функціями. Наведено тестові приклади, які підтверджують швидку збіжність методу.

Ключові слова: чебишовське наближення, функції багатьох змінних, раціональний вираз, середньостепеневе наближення, наближення нелінійними виразами, метод найменших квадратів.

ВСТУП

Нехай неперервна функція $f(X)$ n змінних $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ задана на множині точок $\Omega = \{X_j\}_{j=1}^s$ з деякої обмеженої області D , $\Omega \subset D$, і не набуває значень, рівних нулеві ($\forall X \in D, f(X) > 0$), де $D \subset R^n$, а R^n — n -вимірний векторний простір. Функцію $f(X)$ потрібно наблизити виразом $V_{k,l}(a, b; X)$

$$V_{k,l}(a, b; X) = \psi(R_{k,l}(a, b; X)), \quad k + l + 1 < s, \quad (1)$$

де $R_{k,l}(a, b; X)$ — нескорочуваний раціональний вираз

$$R_{k,l}(a, b; X) = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^k a_i \varphi_i(X)}{1 + \sum_{i=1}^l b_i \varphi_i(X)}, \quad k \geq l, \quad (2)$$

за системою лінійно незалежних, неперервних на D дійсних функцій $\varphi_i(X)$, $i = \overline{1, k}$, a_i , $i = \overline{0, k}$, і b_i , $i = \overline{0, l-1}$, — невідомі параметри: $\{a_i\}_{i=0}^k \in A$, $A \subseteq R^{k+1}$, $\{b_i\}_{i=0}^{l-1} \in B$, $B \subseteq R^l$. Тут $\psi(z)$ — дійсна строго монотонна функція аргументу $z \in Z$, де Z — множина значень $R_{k,l}(a, b; X)$ для $X \in D$.

Властивості й методи обчислення параметрів чебишовського наближення виразом (1) функцій однієї змінної описано у працях [1–3]. У [4] для функцій багатьох змінних теоретично обґрунтовано, що точки H -множини чебишовського наближення раціональним виразом (2) збігаються з точками H -множини чебишовського наближення виразом (1). Ґрунтуючись на теоретичному висліді праці [4] щодо зазначеної властивості точок H -множини чебишовського наближення, побудову чебишовського наближення виразом (1) функції $f(X)$ на множині точок Ω можна звести до обчислення параметрів чебишовського наближення функції

$$f_v(X) = \psi^{-1}(f(X)) \quad (3)$$

раціональним виразом (2) на множині точок Ω , де $\psi^{-1}(z)$ — функція, обернена до дійсної строго монотонної функції $\psi(z)$.