

О.П. НЕЧУЙВІТЕР

Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»
Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: olesia.nechuiviter@gmail.com.

НАБЛИЖЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ПОДВІЙНИХ ІНТЕГРАЛІВ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ЗАГАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ З ВИКОРИСТАННЯМ ОПТИМАЛЬНОЇ ЗА ПОРЯДКОМ ТОЧНОСТІ КУБАТУРНОЇ ФОРМУЛИ НА КЛАСІ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

Анотація. Розглянуто задачу наближеного обчислення подвійних інтегралів від швидкоосцилювальних функцій загального вигляду (іррегулярний випадок). Побудовано кубатурну формулу, яка використовує інформаційні оператори О.М. Литвина та кусково-лінійні сплайни як допоміжні функції. Інформація про функції задається відповідними значеннями на лініях. Доведено, що запропонована кубатурна формула є оптимальною за порядком точності на класі диференційовних функцій.

Ключові слова: оптимальне чисельне інтегрування, швидкоосцилювальні функції загального вигляду, інформаційні оператори, оптимальна за порядком точності квадратурна формула, диференційовні функції двох змінних.

ВСТУП

У процесі математичного моделювання задач цифрового оброблення зображень виникає потреба у наближеному обчисленні подвійних інтегралів від швидкоосцилювальних функцій загального вигляду. Проблема є важливою і детально розглядалася вченими як в одновимірному випадку [1–5], так і для побудови кубатурних формул для наближеного обчислення подвійних інтегралів від швидкоосцилювальних функцій в іррегулярному випадку [6–9]. Останніми десятиліттями розвивалася теорія наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилювальних функцій декількох змінних, яка використовує нові інформаційні оператори (оператори О.М. Литвина) [10, 11]. Зокрема, досліджувалося наближене обчислення потрійних і подвійних інтегралів, 2-D та 3-D коефіцієнтів Фур'є, чисельного інтегрування швидкоосцилювальних функцій загального вигляду, де як дані використовуються значення функцій на площинах, лініях і точках [12–17]. Важливо зазначити, що особлива увага приділялася побудові оптимальних за порядком точності кубатурних формул наближеного обчислення 2-D та 3-D коефіцієнтів Фур'є на класі диференційовних функцій [18].

Метою цього дослідження є ефективне обчислення подвійних інтегралів від швидкоосцилювальних функцій загального вигляду

$$I^2(\omega) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) e^{i\omega g(x, y)} dx dy \quad (1)$$

у випадку, коли інформація про функції $f(x, y)$ та $g(x, y)$ задається відповідними їхніми значеннями на лініях. Під ефективним обчисленням (1) розуміємо побудову оптимальної за порядком точності кубатурної формули на класі диференційовних функцій.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ

Припустимо, що $f(x, y) \in F$, $g(x, y) \in G$, F , G — множини функцій, визначених в області $[a, b] \times [a, b]$. Позначимо L_N множину всіх квадратурних формул $I_N(f, g)$, що використовують інформацію про значення функцій $f(x, y)$ та $g(x, y)$ не більше ніж на N лініях. Уведемо величини

$$R_N(f, g, \omega, I_N) = |I(f, g, \omega) - I_N(f, g)|,$$