

АСИМПТОТИКА РОЗВ'ЯЗКУ БАГАТОВИМІРНОГО РІВНЯННЯ ВІДНОВЛЕННЯ

Анотація. Розв'язано багатовимірне рівняння відновлення в матричній формі. Знайдено асимптотику рівняння відновлення з нелінійним множником нормування. Доведено теорему про асимптотику багатовимірного рівняння відновлення.

Ключові слова: рівняння відновлення, функція відновлення, процес з незалежними приростами, слабка збіжність.

Розглянемо матричне рівняння відновлення [1]

$$X^\varepsilon(t) = A^\varepsilon(t) + F^\varepsilon * X^\varepsilon(t),$$

де $X^\varepsilon(t)$ — сім'я шуканих матричнозначних функцій, $A^\varepsilon(t)$ — сім'я заданих невід'ємних матричнозначних функцій, $F^\varepsilon(dt)$ — сім'я матричнозначних скінченних невід'ємних мір на $[0; \infty)$.

$F^\varepsilon(dt)$ задовільняє такі умови [2, 3]:

1) елементи матриць залежні від малого параметра та є скінченними невід'ємними мірами;

2) сім'я мір $F^\varepsilon(dt)$ є асимптотично відокремленою від нуля і рівномірно інтегрованою на $[0; \infty)$;

3) матриця $F^\varepsilon(dt)$ — нерозкладна за кожним ε , а матриця повних мас мір $F^\varepsilon \equiv F^\varepsilon[0; \infty)$ є субстохастичною;

4) матричнозначна міра $F^\varepsilon(dt)$ слабо збігається до матричнозначної міри $F(dt)$;

5) гранична матриця повних мас мір $F \equiv F[0; \infty)$ є стохастичною і розкладною блочно-діагонального вигляду.

Функція $F^\varepsilon(dt)$ може бути представлена у вигляді

$$F^\varepsilon = F + g_1(\varepsilon)B + g_2(\varepsilon)B^2 + \dots + g_n(\varepsilon)B^n + o(g_n(\varepsilon)),$$

де $B_1, B_2, \dots, B_n$ — матриці, $g_1(\varepsilon) \rightarrow 0, \dots, g_n(\varepsilon) \rightarrow 0$ для $\varepsilon \rightarrow 0$.

Уведемо означення рівномірної безпосередньої інтегровності за Ріманом для сім'ї функцій.

Означення. Сім'ю функцій $A^\varepsilon(t)$ названо рівномірно безпосередньо інтегрованою за Ріманом на $[0; \infty)$, якщо виконуються такі умови:

1) ряд $\sum_{k=0}^{\infty} \sup_{k \leq t \leq k+1} |A^\varepsilon(t)|$ збігається рівномірно відносно ε ;

2) $\sup_{\varepsilon} \left(h \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\sup_{kh \leq t \leq (k+1)h} |A^\varepsilon(t)| - \inf_{kh \leq t \leq (k+1)h} |A^\varepsilon(t)| \right] \right) \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0$.

Нехай $X^\varepsilon(t)$ — сім'я марковських процесів з неперервним часом та скінченною кількістю станів $1, 2, \dots, n$, $X^\varepsilon(t) \rightarrow X(t)$ для $\varepsilon \rightarrow 0$.

Нехай $\xi_i^\varepsilon(t)$ — процес з незалежними приростами, $t \geq 0$, $\xi_i^\varepsilon(t) > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Розглянемо такий процес: