

С.Л. КРИВИЙКиївський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *krivoi@i.com.ua*.**О.В. ЧУГАЄНКО**ТОВ «Самсунг РнД інститут Україна», Київ, Україна, e-mail: *firestream_13@yahoo.com*.**С.М. КРАСНИТСЬКИЙ**Київський національний університет технологій та дизайну, Київ, Україна,
e-mail: *krasnits.sm@ukr.net*.**АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛІНІЙНИХ
ОБМЕЖЕНЬ У МНОЖИНІ {0, 1}**

Анотація. Представлено три алгоритми розв'язання систем лінійних обмежень із цілими коефіцієнтами у множині $\{0, 1\}$. Перший алгоритм має експоненціальну оцінку часової складності, але розпаралелюється. Другий алгоритм знаходить розв'язки шляхом зведення розв'язання системи обмежень до розв'язання одного лінійного рівняння. Третій алгоритм є паралельною комбінацією першого та другого алгоритмів. Наведено експериментальні результати реалізованих алгоритмів.

Ключові слова: лінійні обмеження, 01-розв'язок, алгоритми.

1. ЛІНІЙНІ ОБМЕЖЕННЯ У МНОЖИНІ {0, 1}

Розглянемо лінійні обмеження типу рівностей і нерівностей з цілими коефіцієнтами, розв'язки яких шукають у множині $\{0, 1\}$. Про такі обмеження відомо, що проблема знаходження розв'язків у множині $\{0, 1\}$ систем $Ax = b$ належить класу складності NP-complete, а знаходження розв'язків у множині $\{0, 1\}$ систем $Ax \geq b$ належить класу складності NP-hard, де A, b — раціональні [1]. Оскільки проблема розв'язання такого типу обмежень складна, то цікавим є порівняння алгоритмів, які розв'язують ці обмеження. У цій роботі запропоновано три алгоритми. Перший з них перебірний, другий зводить розв'язання системи рівнянь до розв'язання одного рівняння, а третій є комбінацією обох зазначених алгоритмів.

Спочатку розглянемо спеціальний клас лінійних обмежень, коефіцієнти яких належать множині $\{-1, 0, 1\}$, а розв'язки — множині $\{0, 1\}$. Ці обмеження застосовують в аналізі властивостей мереж Петрі (пошук пасток і тупиків у мережі). Для такого типу обмежень у роботах [2, 3] розроблено числові й автоматні алгоритми їхнього розв'язання.

1.1. Рівняння з коефіцієнтами з множини $\{-1, 0, 1\}$. Нехай задано лінійне однорідне рівняння (ЛОР)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_qx_q = 0, \quad (1)$$

де $a_i \in \{-1, 0, 1\}$, а $x_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, \dots, q$.

Розв'язання цього ЛОР виконують комбінуванням одиничних векторів, значення на яких у разі підстановки у ЛОР мають різні знаки. До отриманих векторів додають одиничні вектори, на яких ЛОР має нульові значення. Такий спосіб розв'язання ЛОР називають TSS-алгоритмом [2]. Його ілюструє наведений нижче приклад.

Приклад 1. Знайти множину розв'язків ЛОР

$$-x_1 + x_2 + 0x_3 - x_4 + x_5 + x_6 - x_7 = 0.$$

Застосовуючи TSS-алгоритм, отримуємо таку множину розв'язків ЛОР:

$$s_1 = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0), \quad s_2 = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0), \quad s_3 = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0), \quad s_4 = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0),$$