

О.А. КАПУСТЯН

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: olenakapustian@knu.ua, olena.kap@gmail.com.

Н.В. КАСІМОВА

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: kasimova@knu.ua.

НАБЛИЖЕНЕ ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ГІПЕРБОЛІЧНОГО ВКЛЮЧЕННЯ ЗІ ЗБУРЕНИМИ НЕАВТОНОМНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Анотація. Досліджено задачу оптимального керування для нелінійного гіперболічного включення зі швидко осцилювними неавтономними коефіцієнтами. Основний результат встановлює збіжність оптимальних керувань та відповідних траєкторій вихідної системи до траєкторій усередненої задачі. Запропонований підхід ґрунтується на методі усереднення та фактах про компактність для обґрунтування апроксимації та існування оптимальних пар для збудованої системи.

Ключові слова: метод усереднення, оптимальне керування, гіперболічне включення, швидко осцилювні коефіцієнти.

ВСТУП

Вивчення задач оптимального керування для еволюційних систем, як і раніше, відіграє ключову роль як у теоретичній математиці, так і в застосуваннях у природничих, соціальних та інженерних науках. Відповідні моделі часто описують диференціальними рівняннями або включеннями, які характеризуються швидко осцилювними коефіцієнтами, нелінійностями або багатозначними відображеннями, що демонструє складність реальних процесів [1–14].

Є численні аналітичні інструменти, розроблені для дослідження існування, єдиності та апроксимації розв'язків цих задач керування. Зокрема, асимптотичні методи та методи усереднення виявилися вельми ефективними, особливо у разі розгляду систем зі швидкозмінними або нестационарними параметрами. Метод усереднення, спочатку обґрунтований Криловим та Боголюбовим, згодом був успішно поширений на багатозначний випадок та більш загальні еволюційні рівняння [1, 2, 7, 12, 15].

Ключовою особливістю аналізу диференціальних включень є врахування багатозначних нелінійностей, які часто виникають у математичних моделях із неоднозначною динамікою або в релаксації детермінованих систем. Теорія існування для таких включень була широко розроблена, зокрема, для опуклозначних та неопуклозначних правих частин, а також у межах еволюційних трійок та різних функціональних постановок [3–6, 8–10].

У цій статті розглянуто оптимальне керування нелінійними еволюційними включеннями зі швидко осцилювними коефіцієнтами. Метою є отримання результатів апроксимації для оптимального керування та відповідних траєкторій з використанням методу усереднення. Зокрема, встановлено збіжність оптимальних керувань і траєкторій станів вихідної неавтономної задачі до траєкторій усередненої системи, що сприяє кращому розумінню задач керування зі швидкозмінними параметрами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай $\Omega \in \mathbb{R}^n$ — обмежена множина. У циліндрі $Q_T = (0, T) \times \Omega$ розглянемо таку задачу оптимального керування для гіперболічного включення:

© О.А. Капустян, Н.В. Касімова, 2025