

В. КНОПОВАКиївський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: vicknopova@knu.ua.**Я. МОКАНУ**Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail: yana.mokanu3075@gmail.com.**ЕРГОДИЧНІСТЬ РОЗВ'ЯЗКУ СТОХАСТИЧНОГО
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ШУМОМ ЛЕВІ¹**

Анотація. У статті досліджено ергодичність у повній варіації розв'язків X_t стохастичного диференціального рівняння з необмеженими коефіцієнтами, керованого процесом Леві, а також описано швидкість збіжності до відповідної інваріантної міри. Теоретичні результати проілюстровано прикладами.

Ключові слова: ергодичність, стохастичні диференціальні рівняння з шумом Леві, критерій Ляпунова, функція Ляпунова.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай Z — процес Леві в $\mathbb{R}^d$. Позначимо $\mathcal{N}(du, ds)$ його випадкову пуассонівську міру, $\nu(du)ds$ — її компенсатор, та розглянемо стохастичне диференціальне рівняння (СДР) в інтегральній формі з шумом Z

$$\begin{aligned} X(t) = X(0) &+ \int_0^t \ell(X(s)) ds + \int_0^t \int_{u \neq 0} k(X(s-), u) \mathbb{I}_{|k(X(s-), u)| > 1} \mathcal{N}(du, ds) + \\ &+ \int_0^t \int_{u \neq 0} k(X(s-), u) \mathbb{I}_{|k(X(s-), u)| \leq 1} (\mathcal{N}(du, ds) - \nu(du)ds), \end{aligned} \quad (1)$$

де $\ell(\cdot): \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$, $k(\cdot, \cdot): \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ — деякі вимірні функції.

Припускаємо, що (1) має (слабкий або сильний) розв'язок, який є сильним процесом Маркова; відповідні умови наведено в [1] або [2].

Можна показати, що для довільної функції з простору $C_0^2(\mathbb{R}^d)$ двічі неперервно диференційовних функцій з компактним носієм процес

$$M_t := f(X_t) - \int_0^t Lf(X_s) ds, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} Lf(x) = \ell(x) \cdot \nabla f(x) + \\ + \int_{\mathbb{R}^d \setminus \{0\}} (f(x + k(x, u)) - f(x) - \nabla f(x) \cdot k(x, u) \mathbb{I}_{|k(x, u)| \leq 1}) \nu(du) \end{aligned} \quad (3)$$

є мартингалом (див. [1]). Область визначення L може бути розширена (див., наприклад, доведення формули Іто [2, 3]) до $C^2(\mathbb{R}^d)$. Називатимемо $(\mathcal{L}, C^2(\mathbb{R}^d))$ розширеним генератором напівгрупи $(P_t)_{t \geq 0}$, $P_t f(x) = \mathbb{E}^x f(X_t)$.

¹Роботу В. Кнопової підтримано Науково-дослідною частиною Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Грант 22BF038-01).

Дослідження частково фінансовано програмою Східного партнерства фонду DAAD ("DAAD Ostpartnerschaften Programme") Дрезденського технічного університету.