

Д.А. КЛЮШИН

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: dmytroklyushin@knu.ua.

В.А. КОЛЕСНИКОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: valerii.kolesnykov@knu.ua.

С.І. ЛЯШКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: sergiylyashko@gmail.com.

ЗАДАЧА МАСОПЕРЕНОСЕННЯ З МЕЖЕЮ НАСИЧЕННЯ ТА ОБМЕЖЕННЯМИ НА ПОТОКИ У ПОРИСТІЙ СИСТЕМІ ЗІ СТРУКТУРОЮ ГРАФУ

Анотація. У роботі виведено рівняння, що описують процес масоперенесення в пористому середовищі на графі з додатковими обмеженнями на величину потоку маси на деяких ребрах, що може слугувати моделлю іригаційної системи з кранами на деяких трубах. Сформульовано та змодельовано задачу масоперенесення в пористому середовищі на графі з додатковими обмеженнями на величину потоку на ребрах. Обґрунтовано існування розв'язку цієї задачі для випадку ненасиченого середовища як початкової умови та крайових умов, що монотонно зростають. Побудовано числовий метод для апроксимації розв'язку сформульованої задачі, який базується на числових методах для розв'язання одновимірних задач масоперенесення та враховує обмеження на величину потоку. Наведено результати обчислювальних експериментів.

Ключові слова: рівняння Річардса–Клюта, математичне моделювання, масоперенесення, графи.

ВСТУП

Ефективне використання водних ресурсів є однією з важливих задач у галузі сільського господарства. Особливо це стосується посушливих регіонів, де правильне зрошування є ключовим фактором для отримання врожаю. Дослідження процесу масоперенесення в пористих середовищах тісно пов'язані із цією задачею.

Процес масоперенесення в пористих середовищах з межею насичення зазвичай описують, використовуючи рівняння Річардса–Клюта, яке є нелінійним еліптико-параболічним диференціальним рівнянням у частинних похідних. Аналітично розв'язати це рівняння можна лише для обмеженого кола випадків для спрощених характеристик пористого середовища [1–3]. З огляду на це основним методом отримання розв'язків рівняння Річардса–Клюта є чисельне моделювання. Огляд чисельних методів для рівняння Річардса–Клюта наведено в роботах [4, 5]. Як основу подальших модифікацій для підвищення ефективності чисельних методів активно застосовують метод скінченних елементів [6, 7], метод скінченних різниць [8, 9] та метод скінченних об'ємів [10]. Деякі з чисельних методів використовують у програмних комплексах для моделювання процесу масоперенесення в пористих середовищах [11, 12]. Альтернативою рівнянню Річардса–Клюта можна вважати рівняння дробового порядку, які застосовують для опису процесів субдифузії, що тісно пов'язані з процесом масоперенесення [13, 14].

Проте використання чисельних методів має свої недоліки, оскільки для тривимірного моделювання за рахунок великих значень градієнтів у ненасиченій зоні для отримання потрібної точності розв'язку доводиться суттєво збільшувати кількість вузлів, що призводить до значного сповільнення процесу чисельного моделювання. Але іноді за рахунок симетричності процесу тривимірне рівняння