

Я.І. ЄЛЕЙКОЛьвівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: yaroslav.yeleyko@lnu.edu.ua.**А.Ю. ДРЕБОТ**Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: Andrii.Drebot.AMTS@lnu.edu.ua.**СУМІШ ЕРГОДИЧНИХ МАРКОВСЬКИХ ЛАНЦЮГІВ**

Анотація. Розглянуто часові ряди, що представляють послідовність певних станів, яку можна змодельовувати як ланцюг Маркова. Зроблено припущення, що ланцюг, який описує часовий ряд, можна подати у вигляді суміші довільних ергодичних незалежних марковських ланцюгів. Запропоновано методологію знаходження коефіцієнтів цієї суміші, яка ґрунтується на застосуванні ергодичної теореми для ланцюгів Маркова.

Ключові слова: ланцюги Маркова, ергодична теорема, суміш ланцюгів Маркова, граничний розподіл.

Марковські ланцюги — це потужний інструмент для опису, аналізу та передбачення часових рядів. У сучасних умовах обсяг даних, що генеруються щодня, зростає безпрецедентними темпами. У багатьох випадках ці дані є результатом дії складних, часто прихованих процесів. Через це традиційні методи статистичного аналізу виявляються недостатніми для адекватного опису таких часових рядів. Застосування сумішей моделей для аналізу числових даних не є новим підходом, і в цьому напрямі вже накопичено певний науковий доробок.

У роботі [1] розглянуто стохастичний процес, згенерований скінченною кількістю марковських процесів. У ній запропоновано модифікацію ЕМ-алгоритму (expectation-maximization algorithm) для знаходження ваг для кожного ланцюга в суміші та параметрів цих ланцюгів. Подібну задачу, але вже для прихованих марковських ланцюгів, розглянуто у [2]. В ній для розплітання суміші прихованих процесів використано варіаційні байєсівські методи.

Інший підхід до дослідження сумішей марковських процесів запропоновано у [3]. В цій роботі досліджено асимптотичну поведінку тесту співвідношення правдоподібностей для суміші двох марковських процесів. Ідею суміші процесів також застосовують для аналізу даних з використанням прихованих марковських процесів. У [4] запропоновано успішний метод на основі суміші прихованих марковських процесів для класифікації рухів людини за даними акселерометра. Цей метод використано у роботі [5] для класифікації часових рядів.

У цьому дослідженні застосовано інший підхід до дослідження сумішей марковських процесів, що ґрунтується на використанні ергодичної теореми для ланцюгів Маркова.

Отже, розглянемо марковський стохастичний процес Y . Реалізації станів цього процесу є відомими. Також припустимо, що стохастичний процес є ергодичним. Можна представити цей процес як $S_1, \dots, S_T$, де S_t , $t = 1, \dots, T$, $T \rightarrow \infty$, — реалізація стану в момент часу t .

Припустимо, що процес Y можна подати як суміш деяких незалежних марковських ергодичних процесів $Y_1, \dots, Y_K$. Для кожного процесу Y_k доступні стохастичні матриці переходу P_k . Марковський ланцюг Y_k не обов'язково повністю точно описує послідовність $S_1, \dots, S_T$ — ймовірності переходу у стохастичній матриці P_k можуть бути довільними. Маючи ці умови, можна сформулювати теорему, яка описує метод зображення марковського ланцюга як лінійну комбінацію скінченної множини довільних незалежних марковських ланцюгів.