

В.М. БУЛАВАЦЬКИЙ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,  
e-mail: v\_bulav@ukr.net.

## ПРО МОДЕЛЮВАННЯ НЕКЛАСИЧНОЇ ДИНАМІКИ ПОШИРЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ВІРУСІВ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ З УЗАГАЛЬНЕНОЮ КОМПОЗИТНОЮ ПОХІДНОЮ

**Анотація.** Математичну модель епідеміологічної динаміки SIRS узагальнено на випадок урахування нелокальних ефектів у динаміці комп'ютерних вірусів. Розглянуто задачу моделювання дробово-диференціальної динаміки комп'ютерних вірусів на основі моделі з біпорядковою двотиповою похідною Хільфера щодо шуканих функцій. Виконано постановку задачі з кінцевою умовою для нелінійного дробово-диференціального рівняння з біпорядковою двотиповою похідною та зведено цю задачу до розв'язання відповідного нелінійного інтегрального рівняння. Досліджено аспекти якісного аналізу зазначеної задачі.

**Ключові слова:** математичне моделювання, динаміка комп'ютерних вірусів, дробово-диференціальна математична модель, біпорядкова двотипова похідна Хільфера, нелінійна задача, кінцева умова, якісний аналіз.

### ВСТУП

Загальновідомо, що створення систем антивірусного захисту комп'ютерних мереж безумовно є важливим напрямом сучасного науково-технічного розвитку. При цьому набула незаперечної актуальності проблема побудови ефективних систем антивірусного захисту комп'ютерних мереж, які ґрунтуються на здобутих результатах математичного та комп'ютерного моделювання динаміки різноманітних процесів поширення комп'ютерних вірусів у мережі [1–6].

Нині для ефективного моделювання особливостей динаміки обчислювальних екосистем нерідко використовують численні математичні моделі епідеміологічної динаміки [1–11]. Наприклад, у SIR-моделі [1–5] розглядають три стани:  $S$  — susceptible (сприйнятливий),  $\mathfrak{I}$  — infected (інфікований),  $R$  — recovered (той, що одужав, відновлений). Також широковідомою є математична модель епідеміологічної динаміки типу SIRS (сприйнятливий–інфікований–той, що одужав–сприйнятливий). Проте ця модель, незважаючи на свою популярність, має певні недоліки: вона не враховує сукупність впливів інфікованих зовнішніх вузлів та змінних носіїв інформації [6–10]. Тому в роботах [11, 12] запропоновано модифікацію цієї моделі, в якій взято до уваги зазначені фактори. З огляду на сукупність наведених у [12] відповідних припущень модифікація моделі ґрунтується на такій нелінійній модельній системі диференціальних рівнянь [12]:

$$\begin{cases} \dot{S} = (1 - p - q)b - (\bar{\mu} + \theta)S - \bar{\beta}S\mathfrak{I}, \\ \dot{\mathfrak{I}} = qb + \bar{\beta}S\mathfrak{I} + \theta S - (\bar{\mu} + \gamma_1 + \gamma_2)\mathfrak{I}, \\ \dot{R} = pb + \bar{\alpha}_1 S + \gamma_1 \mathfrak{I} - (\bar{\mu} + \bar{\alpha}_2)R, \end{cases} \quad (1)$$

з початковими умовами  $S(0) \geq 0$ ,  $\mathfrak{I}(0) \geq 0$ ,  $R(0) \geq 0$ .

Зауважимо, що в побудові математичної моделі динаміки процесу використано такі змінні величини [11, 12]:  $S(t)$  — кількість вразливих цифрових вузлів на момент часу  $t$ ;  $\mathfrak{I}(t)$  — кількість інфікованих цифрових вузлів на момент  $t$ ;  $R(t)$  — кількість відновлених вузлів на момент  $t$ .