

**В.Л. МАКАРОВ**

Інститут математики НАН України, Київ, Україна,  
e-mail: *makarovimath@gmail.com*.

**Н.В. МАЙКО**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: *mayko@knu.ua*.

**В.Л. РЯБІЧЕВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: *ryabichev@knu.ua*.

**ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНО ЗБІЖНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ  
ЕВОЛЮЦІЙНОГО РІВНЯННЯ З ДРОБОВОЮ ПОХІДНОЮ  
В БАНАХОВОМУ ПРОСТОРІ**

**Анотація.** Досліджено задачу Коші для еволюційного рівняння з похідною дробового порядку і сильно позитивним операторним коефіцієнтом у Банаховому просторі. Точний розв'язок задачі зображено у вигляді ряду за степенями перетворення Келі операторного коефіцієнта та поліномів Лагерра–Келі. Для побудови наближеного розв'язку використано частинну суму цього ряду. Одержано оцінки похибки такого наближення, які свідчать про експоненціальну швидкість збіжності запропонованого методу. Теоретичні результати проілюстровано чисельними прикладами.

**Ключові слова:** задача Коші, дробове інтегро-диференціювання, поліноми Лагерра–Келі, експоненціальна швидкість збіжності.

**ВСТУП**

Упродовж останніх десятиліть у науці та інженерії спостерігається значний інтерес до математичного моделювання складних процесів, що виявляють ефекти пам'яті, фрактальні властивості, нелокальні взаємодії, а також аномальну чи нелінійну динаміку. Традиційні підходи до моделювання часто не здатні адекватно описати такі процеси. Натомість дробове інтегро-диференціальне числення постає як ефективний інструмент, що забезпечує більш загальну й точну математичну основу для відтворення схожої складної поведінки у реальних системах. Завдяки своїй гнучкості дробові моделі набули широкого застосування в найрізноманітніших галузях (наприклад, [1]). Зокрема, у фізиці та механіці їх використовують для опису в'язкопружних матеріалів, аномальної дифузії та хвильових процесів у неоднорідних середовищах [2, 3]. У біомедичних науках дробовий аналіз дає змогу моделювати динаміку популяцій, процеси нервової провідності й аналізувати біомедичні сигнали, зокрема ЕКГ та ЕЕГ [4]. У фінансовій математиці його застосовують для опису довготривалої залежності у часових рядах та ринкової волатильності [5, 6]. Крім того, дробові моделі активно використовують в теорії керування, під час оброблення сигналів та зображень в гідрології, геофізиці, теплофізиці та багатьох інших сферах (наприклад, [7, 8]).

Водночас знаходження аналітичних розв'язків дробових диференціальних рівнянь (навіть лінійних) можливе лише в окремих випадках. Тому актуальною проблемою сучасних досліджень є розроблення ефективних чисельних методів для їхнього розв'язання. Так, у монографії [9] систематично викладено й досліджено скінченно-різницевий метод для дробових диференціальних рівнянь, зокрема для рівняння субдифузії та хвильового рівняння з дробовою похідною за часовою змінною, а також низки диференціальних рівнянь з дробовою похідною за просторовою змінною. Монографія [10] охоплює понад