УДК 519.8

Д.В. ШАПОВАЛОВ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *shapovalovdv@ukr.net*.

Ю.І. ХАРКЕВИЧ
Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *kharkevich.juriy@gmail.com*.

ПРО ІНТЕГРАЛЬНІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДЛЯ ВЕЛИЧИН НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ КЛАСУ ЛІПШИЦЯ ОПЕРАТОРАМИ ТИПУ ЯКОБІ–ПУАССОНА

Анотація. Розглянуто задачу наближення функцій, які задані на сегменті $[-1; 1]$ і задовольняють на ньому умову Ліпшиця, їхніми операторами типу Якобі–Пуассона, побудованих за системою ортогональних поліномів Якобі. Зокрема, в кожній точці x сегмента $[-1; 1]$ встановлено інтегральні представлення для точних верхніх меж відхилень операторів типу Якобі–Пуассона від функцій з класу $\mathrm{Lip}_{[-1;1]}\alpha$ для всіх $0 < \alpha \le 1$. Розв'язування багатьох задач теорії наближення функцій і системного аналізу зрештою зводиться до дослідження певних інтегральних представлень відповідних величин. Встановлено інтегральні представлення точних верхніх меж відхилень операторів типу Якобі–Пуассона від функцій класу Ліпшиця.

Ключові слова: теорія оптимальних рішень, оператори типу Якобі–Пуассона, клас Ліпшиця, інтегральне представлення.

ВСТУП

Напрям досліджень, пов'язаний з вивченням оптимізаційних властивостей різних лінійних методів [1–3] підсумовування рядів Фур'є, виник і був розвинений в роботах видатних науковців: А. Лебега, Ш. Валле Пуссена, Л. Феєра, А.М. Колмогорова, С.М. Нікольського, Б. Надя, І.П. Натансона, С.Б. Стечкіна, С.О. Теляковського, О.В. Єфімова, В.К. Дзядика, М.П. Корнєйчука, О.І. Степанця, В.П. Моторного, О.П. Тімана та ін. Очевидно, що серед усіх тригонометричних поліномів заданого степеня n найбільш затребуваними для задач прикладної математики є саме частинні суми Фур'є порядку n. Водночас у процесі розв'язання певної низки задач як теорії наближення функцій, так і системного аналізу [3–7] виявилося, що навіть на множині неперервних функцій існують такі, що їхні ряди Фур'є розбіжні в окремих точках. Зрозуміло, що такий факт розбіжності рядів Фур'є ускладнював розв'язування зазначених задач прикладної математики і не лише їх. Все це зумовило пошук нових альтернативних підходів та методів, які б певним чином дали змогу «приписати суму» такому розбіжному ряду. Отже, як такі методи використовувалися поліноми Феєра, Джексона, Валле Пуссена, Рісса, Зигмунда, Рогозинського, Стєклова та ін.

Усі ці лінійні методи підсумовування можна отримати як відповідні окремі випадки так званих загальних лінійних матричних методів [1, 3] підсумовування рядів Фур'є. Оскільки задачі варіаційного числення методів оптимізації, теорії керування тощо [8–11] здебільшого стосуються неперервних процесів, то згодом як інструмент розв'язання цих задач почали використовувати ще і лінійні методи підсумовування рядів Фур'є, побудовані за допомогою множини функцій натурального аргументу, що залежать від дійсного параметра. Конкретними прикладами таких лінійних методів підсумовування є методи Абеля–Пуассона [12], Веєрштрасса [13, 14], бігармонійного [15] та тригармонійного інтеграла Пуассона [16]. Перевага цих лінійних методів підсумовування, на відміну