

П.С. КНОПОВ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова, Київ, Україна,
e-mail: *knopov1@yahoo.com*.

Є.Й. КАСІЦЬКА

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова, Київ, Україна,
e-mail: *e.kasitskaya@gmail.com*.

О.С. САМОСЬОНОК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова, Київ, Україна,
e-mail: *samosyonok@gmail.com*.

АСИМПТОТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МЕТОДУ ЕМПІРИЧНИХ СЕРЕДНІХ¹

Анотація. Стаття присвячена дослідженню асимптотичних властивостей методу емпіричних середніх, який є одним із основних в теорії стохастичної оптимізації. Знайдено умови збіжності методу та його швидкість збіжності, асимптотичний розподіл оцінок та його зв'язок з теорією статистичного оцінювання.

Ключові слова: незалежні випадкові величини, гіперперемішування, асимптотичні властивості, метод емпіричних середніх, статистичне оцінювання, стратегія, ризик.

DOI 10.34229/KCA2522-9664.26.4.7

ВСТУП

Однією з проблем сучасної теорії оптимізації є необхідність прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності. Ключовими характеристиками для таких задач є відсутність повної інформації про цільові функції та обмеження, а також їхнє негладке і природне походження. Найскладнішими задачами є такі, в яких відсутня точна інформація про значення самих функцій або обмежень. Але такі задачі можна було б формалізувати в межах загальної теорії стохастичного програмування. Існує достатньо методів розв'язання задач цього класу, серед яких особливої уваги заслуговують так звані прямі методи стохастичного програмування [1–5]. Однак під час розв'язання задач стохастичної оптимізації та ідентифікації не завжди можливо визначити явний вигляд математичного сподівання щодо функції витрат, для якої потрібно знайти точний екстремум. Одним із підходів для вирішення проблеми є непрямі методи розв'язання задач стохастичного програмування. Вони передбачають апроксимацію стохастичної задачі наближеною детермінованою задачею.

Одним з основних непрямих методів стохастичного програмування є так званий метод емпіричних середніх [6–11]. У цьому методі фактори якості керування апроксимуються їх емпіричними оцінками, для яких знаходяться наближені рішення первісної задачі. При цьому виникає потреба визначення умов збіжності наближених оцінок, отриманих цим методом, до реальних розв'язків первісної задачі оптимізації. Очевидно, що вони суттєво залежать від наявної критеріальної функції, властивостей її емпіричної оцінки, ймовірнісних властивостей випадкових спостережень, метричних просторів, для яких досліджуватиметься збіжність, характеристик невідомих параметрів тощо. У термінології статистичної теорії рішень ці питання пов'язують з асимптотичними властивостями оцінок невідомих параметрів, а саме консистентністю, асимптотичним розподілом та швидкістю збіжності оцінок. Зауважимо, що теорія великих відхилень описує рідкісні події. Проте необхідність вивчення рідкісних подій

¹Ця робота була підтримана спільним проектом Міжнародного інституту прикладного системного аналізу (IIASA) та Національної академії наук України на тему «Інтегроване робастне моделювання та управління зв'язком «харчування-енергія-вода-землекористування» для сталого розвитку, а також проектом № 2.3/26-П Національної академії наук України.

© П.С. Кнопов, Є.Й. Касіцька, О.С. Самосьонук, 2026