

ЗБІЖНІСТЬ ЗА ЙМОВІРНІСТЮ ДЛЯ ЗАДАЧІ СТОХАСТИЧНОГО ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ В СХЕМІ УСЕРЕДНЕННЯ

Анотація. Досліджено збіжність задачі стохастичного оптимального керування з марковськими переключеннями у схемі усереднення. Враховано комбінацію стандартного вінерівського процесу з рівномірно ергодичним марковським процесом, що дає змогу описувати еволюцію системи під впливом дифузійного шуму та випадкових перемикачів режимів. Наведено ергодичні властивості швидкого процесу та умови регулярності коефіцієнтів, що гарантує стабільну поведінку системи в середньому. Доведено збіжність за ймовірністю (через L^p -оцінки) траєкторій вихідної системи до розв'язків граничної усередненої системи. Отримані результати дають змогу розв'язувати задачі стохастичної оптимізації та оптимального керування.

Ключові слова: стохастичне оптимальне керування, принцип усереднення, збіжність за ймовірністю, стохастичні диференціальні рівняння, вінерівський процес.

DOI 10.34229/KCA2522-9664.26.4.14

ВСТУП

Задачі стохастичного оптимального керування є фундаментальним інструментом для аналізу та оптимізації складних динамічних систем, що функціонують в умовах невизначеності. Вони мають широке застосування для моделювання процесів у різних галузях, зокрема в фінансовій математиці, біології, економіці [1] та кібербезпеці [2]. На відміну від детермінованих систем такі моделі дають змогу ефективно враховувати вплив випадкового середовища та непередбачуваних збурень, що є критично важливим для прийняття адекватних рішень у реальному часі.

Важливим аспектом дослідження стохастичних систем керування є їхня асимптотична поведінка особливо у випадках, коли динаміка системи залежить від процесів, що відбуваються з різними швидкостями. У цій роботі досліджується асимптотична поведінка стохастичних систем оптимального керування зі збуреннями, спричиненими марковським процесом у схемі усереднення. Такі збурення є комбінацією стандартного вінерівського процесу (дифузійна складова) та марковського процесу з високою інтенсивністю перемикачів. Це дає змогу моделювати системи з частими переходами між різними режимами еволюції, де параметри дрейфу швидко флюктують навколо деякого середнього значення.

З використанням схеми усереднення можна суттєво прискорити аналіз таких систем. Замість безпосереднього розв'язання складних стохастичних рівнянь, коефіцієнти яких залежать від пришвидчення часу, пропонується перейти до граничної (усередненої) моделі. Отримані в роботі результати обґрунтовують можливість використання розв'язків усередненої задачі як апроксимації для вихідної системи, що значно полегшує синтез оптимальних керувань.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо рівномірно ергодичний марковський процес $x(t)$, $t \geq 0$, у стандартному фазовому просторі $(X, \mathbb{X})$. Тут X — повний сепарабельний метричний простір (тобто польський простір), а $\mathbb{X}$ — його Борелева σ -алгебра підмножин X . Цей процес визначається генератором