

**А.М. ШУТОВСЬКИЙ**Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,  
e-mail: sh93ar@gmail.com.**К.М. ЖИГАЛЛО**Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,  
e-mail: zhyhallo@modulsoft.eu.

## ОПТИМІЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦІЙ КЛАСУ ЗИГМУНДА ДЛЯ ДОДАТНИХ ОПЕРАТОРІВ

**Анотація.** Досліджено оптимізаційні характеристики функцій класу Зигмунда у випадку керованих динамічних систем із нульовою початковою швидкістю. Сформульовано та розв'язано задачу робастної оптимізації, яка зводиться до оцінювання відхилення функцій класу Зигмунда  $Z^\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 2$ ) від додатних операторів як оптимальних розв'язків крайових задач. Знайдена оптимізаційна оцінка має глобальний характер із можливістю відтворення деяких раніше відомих результатів.

**Ключові слова:** оптимізаційна задача, функції класу Зигмунда, параметр керування, оптимізаційна оцінка.

DOI 10.34229/KSA2522-9664.26.5.14

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Відомо, що стан керованої динамічної системи можна описувати диференціальним рівнянням у частинних похідних. Однак наявність взятого окремо диференціального рівняння не дає змоги повністю відобразити поведінку цієї динамічної системи [1–3]. Так, наприклад, інформацію про початковий стан динамічної системи та її подальшу еволюцію можна отримати на основі граничних умов для рівняння математичної фізики в певній області. Щодо оптимальних станів динамічних систем, то їх можна вивчати у межах функціонального аналізу [4], де значна кількість диференціальних рівнянь у частинних похідних впливає з умов оптимальності функціоналів. Це свідчить про те, що крайові задачі та їхні розв'язки є ефективнішими в межах задач оптимізації [5–8].

Область визначення диференціального рівняння у частинних похідних може мати просту форму лише в надто ідеалізованих випадках. Тоді як дослідження складних динамічних систем у реальних умовах може означати появу області визначення з негладкою межею. Стосовно розв'язків крайових задач, то вони можуть мати не лише кути та злами, а й розриви похідних [9–11]. Неможливість знаходження класичних розв'язків у реальних задачах призвело до потреби застосування ширшого класу функцій у порівнянні з тими класами, які використовувались раніше. Таким став клас функцій Соболева, оптимізаційні характеристики якого на сьогодні досить вивчені [12, 13].

В межах оптимізаційних задач прикладної математики узагальненням класу функцій Соболева є класи функцій із дробовою похідною [14, 15]. Ефективність розв'язування задач оптимального проєктування суттєво підвищилась після введення класів  $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій [16]. Їхні оптимізаційні характеристики дають змогу у частинних випадках отримувати розв'язки варіаційних задач як для класів із дробовою похідною, так і для класів Соболева.

Відомішим класом функцій як у теорії диференціальних рівнянь, так і в теорії оптимального проєктування є клас функцій Ліпшиця, який вважається підкласом  $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій [17]. З іншого боку, клас функцій Ліпшиця є підкласом класу функцій Зигмунда  $Z^\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 2$ ). Але особливістю