

А.О. МІСНІКНаціональний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail: *alimis2402@gmail.com*.**І.І. НІЩЕНКО**Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail: *nishchenkoi-ipt@ill.kpi.ua*.**АСИМПТОТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ МОМЕНТУ ЗУСТРІЧІ ВИПАДКОВИХ БЛУКАНЬ НА КУБІ ЗРОСТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ**

Анотація. Розглянуто асимптотичну поведінку пари випадкових блукань на одиничному кубі у разі зростання його розмірності. Сумісний розподіл блукань задається ланцюгом Маркова, влаштованим оптимально стосовно мінімізації середнього часу до зустрічі елементів пари. Для різних режимів зростання розмірності куба та початкової відстані між частинками знайдено точний асимптотичний розподіл моменту їхньої зустрічі.

Ключові слова: випадкове блукання на кубі, ланцюг Маркова, задача оптимізації, момент зустрічі, модель Еренфестів.

DOI 10.34229/KCA2522-9664.26.5.15

ВСТУП

У статті розглядається асимптотична поведінка пари простих випадкових блукань на одиничному кубі у випадку зростання розмірності куба. Сумісний розподіл блукань задається ланцюгом Маркова, перехідні ймовірності якого вибрано так, щоб середній час до зустрічі блукань був мінімальним. Увага до дослідження такої пари блукань зумовлена тим, що побудова двовимірного ланцюга Маркова, компоненти якого зустрічаються в певний момент часу, є інструментом оцінювання швидкості збіжності до інваріантного розподілу. Для простого блукання на кубі таким є рівномірний розподіл. При цьому зі зростанням розмірності N куба кількість часу, необхідного для наближення до рівномірного розподілу, зростає як $N \ln N$ (так званий cutoff-ефект [1, 2]). Для різних типів зростання початкової відстані між частинками і розмірності куба знайдено точний асимптотичний розподіл моменту зустрічі частинок.

Зазначимо, що для часу зустрічі випадкових блукань можлива інтерпретація як часу до поглинання (чи досягнення рівноваги) в урновій моделі Еренфестів [3] чи часу укомплектування колекції в задачі про колекціонера [4]. Отримані результати в окремих випадках узгоджуються з результатами, наведеними в роботах про дослідження згаданих моделей.

ЗАКОН РУХУ ПАРИ ВИПАДКОВИХ БЛУКАНЬ

Нехай $C_N = \{0,1\}^N$ є множиною вершин одиничного N -вимірного куба в $\mathbb{R}^N$. Простим випадковим блуканням на C_N називається ланцюг Маркова $(X^n)_{n \geq 1}$, заданий на C_N , з перехідними ймовірностями

$$P(X^{n+1} = x(i) | X^n = x) = \frac{1}{N}, \quad i = 1, \dots, N,$$

де $x(i) \in C_N$ — вектор, який відрізняється від вектора $x = (x_1, \dots, x_N) \in C_N$ лише i -ю координатою. Це означає, що частинка, яка здійснює просте випадкове блукання на кубі, в кожен дискретний момент часу з ймовірністю $1/N$ переходить з вершини, в якій вона в цей момент