УДК 519.8

Т.Т. ЛЕБЄДЄВА
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *lebedevatt@gmail.com.*

Н.В. СЕМЕНОВА
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *nvsemenova@meta.ua.*

Т.І. СЕРГІЄНКО
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *taniaser62@gmail.com.*

СТІЙКІСТЬ ТА РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ЗА ОБМЕЖЕННЯМИ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ЦІЛОЧИСЛОВОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗА ПАРЕТО З ОПУКЛИМИ КВАДРАТИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ОБМЕЖЕНЬ

Анотація. У статті представлено низку отриманих нових результатів щодо стійкості та регуляризації за обмеженнями векторних задач дискретної оптимізації. Досліджено різні типи стійкості до збурень вхідних даних обмежень для цілочислових задач оптимізації за Парето, які мають опуклі квадратичні функції обмежень. Сформульовано та доведено необхідні й достатні умови стійкості за обмеженнями, проаналізовано співвідношення між ними. Обґрунтовано процедуру регуляризації за обмеженнями векторних задач цілочислової оптимізації з опуклими квадратичними функціями обмежень.

Ключові слова: векторна задача, векторний критерій, оптимальність за Парето, стійкість за обмеженнями, збурення вхідних даних, регуляризація, квадратичні функції обмежень.

DOI 10.34229/KCA2522-9664.26.6.10

ВСТУП

Як показує практика, ефективний процес постановки та розв'язання оптимізаційної задачі передбачає наявність етапу дослідження її стійкості до зміни вхідних даних з подальшою, якщо це можливо і необхідно, регуляризацією задачі, що дає змогу перейти від формулювання задачі у вигляді можливо нестійкої математичної моделі до задачі, завідомо стійкої до збурень вхідних даних.

Під дослідженням стійкості векторної оптимізаційної задачі зазвичай розуміють вивчення поведінки множини її Парето-оптимальних розв'язків у разі невеликих збурень у вхідних даних задачі. На продовження досліджень, наведених у роботах [1–10], у цій статті представлено нові результати щодо стійкості та регуляризації векторної задачі цілочислової оптимізації з опуклими квадратичними функціями обмежень за умови можливих збурень вхідних даних, необхідних для опису обмежень. Стійкість векторних задач цілочислової оптимізації до збурень вхідних даних в обмеженнях досліджено із залученням різних існуючих понять стійкості до вказаних збурень для множин допустимих і Парето-оптимальних розв'язків задач, а також на підґрунті результатів проведених досліджень умов стійкості. Запропонований тут підхід до регуляризації задач спрямовано на побудову коректних математичних моделей векторної оптимізації, стійких до малих збурень вхідних даних, на основі певних змін області допустимих розв'язків.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Розглянемо векторну задачу цілочислової оптимізації вигляду

$$Q_P(F, X): \max\{F(x) \mid x \in X\},$$

де $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_\ell(x))$ — векторний критерій, визначений на множині допустимих розв'язків $X = G \bigcap Z^n \neq \varnothing$; $f_i : R^n \to R$, $i \in N_\ell = \{1, \ldots, \ell\}$, $\ell \geq 2$, Z^n — множина n-вимірних цілочислових векторів з простору R^n, $G = \{x \in S \mid g_i(x) \leq 0, \quad i \in N_m\}$, S — обмежена опукла множина в R^n, $g_i(x) = \langle D_i x, x\rangle + \langle p_i, x\rangle + h_i$, $i \in N_m$, $D_i \in R^{n\times n}$, D_i — симетричні невід'ємно визначені матриці, $p_i = (p_{i1}, \ldots, p_{in})$, $p_{ij} \in R$, $h_i \in R$, $i \in N_m$, $j \in N_n$.

© Т.Т. Лебєдєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко, 2026