УДК 519.217

Д.А. ДОРОГОВЦЕВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *dorogovtsev.dmitriy@gmail.com.*

СТАЦІОНАРНІ ПОСЛІДОВНОСТІ ВИПАДКОВИХ ЗНАКІВ ІЗ КОВАРІАЦІЄЮ ТИПУ МОДЕЛІ ІЗІНГА

Анотація. Розглянуто стаціонарну послідовність випадкових знаків, побудовану на основі гаусівської авторегресійної послідовності. Для цієї моделі отримано явний вираз для коваріаційної функції та показано, що її спадання є подібним до спадання коваріації в одновимірній моделі Ізінга. Досліджено стаціонарний марковський ланцюг на множині станів $\{-1,1\}$ з аналогічною структурою залежностей. Для обох послідовностей доведено виконання умови перемішування. Запропоновано підхід до розрізнення зазначених моделей, що ґрунтується на застосуванні центральної граничної теореми та асимптотичних властивостей сум випадкових величин.

Ключові слова: гаусівська послідовність, модель Ізінга, стаціонарна послідовність, марковський ланцюг, умова перемішування, центральна гранична теорема.

DOI 10.34229/KCA2522-9664.26.6.11

У цій статті запропоновано модель послідовності випадкових знаків на $\mathbb{Z}$ на основі гаусівської послідовності авторегресії. Коваріація в такій послідовності спадає так само, як і в одновимірній моделі Ізінга. Наведено процедуру розрізнення цих двох моделей, що ґрунтується на застосуванні центральної граничної теореми.

ГАУСІВСЬКА МОДЕЛЬ ВИПАДКОВИХ ЗНАКІВ

Нехай $\{\xi_n;\ n\in\mathbb{Z}\}$ — послідовність незалежних стандартних гаусівських випадкових величин. Позначимо $\{\eta_n;\ n\in\mathbb{Z}\}$ єдиний стаціонарний розв'язок рекурентного рівняння

$$\eta_{n+1}=\alpha\eta_n+\xi_{n+1},\ n\in\mathbb{Z},$$

для числа $\alpha\in(0;1)$. Він має вигляд

$$\eta_n=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^k\xi_{n-k},n\in\mathbb{Z}.$$

Нехай

$$x_n=\operatorname{sign}(\eta_n),\ n\in\mathbb{Z}.$$

Послідовність $\{x_n;\ n\in\mathbb{Z}\}$ є стаціонарною та складається із симетричних випадкових величин зі швидкоспадною коваріацією.

Лема 1. Математичне сподівання $Mx_0x_n=\varphi(\alpha^n)$, де $\varphi(t)=\dfrac{2}{\pi}\arcsin t$.

Доведення. Математичне сподівання $M\eta_n=0$. Дисперсія

$$D\eta_n=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^{2k}M\xi_{n-k}^2=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^{2k}=\frac{1}{1-\alpha^2},$$

оскільки $|\alpha|<1$. Знайдемо коваріацію:

$$\operatorname{cov}(\eta_0,\eta_n)=M\eta_0\eta_n=M\left(\sum_{j=0}^{\infty}\alpha^j\xi_{-j}\right)\left(\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^k\xi_{n-k}\right)=$$

$$=\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^{k+j}\mathrm{M}(\xi_{-j}\xi_{n-k})=\sum_{j=0}^{\infty}\alpha^{n+j+j}=\alpha^n\sum_{j=0}^{\infty}\alpha^{2j}=\frac{\alpha^n}{1-\alpha^2}.$$

© Д.А. Дороговцев, 2026